

GUIA DOCENT DE GEOMETRIA RIEMANNIANA: CURS 2008-09.

1.- Identificació de l'assignatura

Nom de l'assignatura: Geometria Riemanniana.

Codi: 28020.

Nombre de crèdits: 6. Tipus: Optativa (primer semestre).

2.- Objectiu de l'assignatura

Una *varietat de Riemann* és una varietat diferenciable dotada d'una mètrica (i.e. d'un tensor de rang 2 covariant, simètric i definit positiu). La geometria riemanniana va néixer com una generalització de la geometria intrínseca de les superfícies. Més tard va mostrar-se com una eina ideal per a la formulació de la mecànica clàssica i sobretot de la teoria general de la relativitat. Més recentment ha jugat un paper decisiu en la demostració de la conjectura de Poincaré.

En l'estudi local de les mètriques de Riemann, apareix un objecte de difícil interpretació que és el tensor de curvatura. L'objectiu fonamental del curs és comprendre, geomètricament i fins on sigui possible, aquest tensor de curvatura. En aquest sentit s'estudiarà l'efecte de la curvatura sobre el comportament de les geodèsiques. També es caracteritzaran les varietats amb curvatura seccional constant. Finalment s'estudiaran resultats que relacionen la curvatura de les varietats amb la seva topologia.

3.- Continguts

- Geodèsiques.
 - Geodèsiques. Aplicació exponencial. Lema de Gauss. Entorns normals. Teorema de Hopf-Rinow.
- Curvatures.
 - Tensor de curvatura. Curvatura seccional. Camps de Jacobi. Teorema de Hadamard.
- Espais de curvatura constant.
- Teorema de Gauss-Bonnet.
- Curvatura i topologia.
- Immersions isomètriques.

4.- Temps que ha de dedicar un alumne a l'assignatura

Tipus d'activitat	Descripció	Hores
ACTIVITATS PRESENCIALS	Classes de teoria	26
	Classes de problemes	12
	Classes de pràctiques	0
	Activitats tutoritzades	0
	Realització de proves parcials	0
	Realització d'examens finals	3
ACTIVITATS NO PRESENCIALS	Estudi de teoria	40
	Realització de problemes	40
	Preparació de pràctiques	0
	Preparació de treballs	0
	Preparació d'examens	30
	Total	151

5.- Capacitats o destreses a adquirir

Capacitats teòriques

- Entendre la noció de tensor mètric i varietat de Riemann.
- Conèixer la descripció local de les varietats de Riemann que dona l'aplicació exponencial.
- Entendre la relació entre el tensor de curvatura i el comportament de les geodèsiques.
- Entendre de quina manera la curvatura d'una varietat pot arribar a determinar-ne la mètrica.
- Conèixer els models de geometries de curvatura constant.
- Familiaritzar-se, mitjançant la comprensió i assimilació de determinats teoremes, amb els principis generals que relacionen la curvatura d'una varietat amb les seves propietats topològiques globals.

Capacitats pràctiques

- Adquirir pràctica en els càlculs senzills en varietats de Riemann concretes.
- Efectuar càlculs utilitzant les coordenades normals geodèsiques.
- Determinar camps de Jacobi i utilitzar-los en el càlcul de longituds i volums.
- Adquirir destresa en la redacció formal de textos matemàtics per mitjà de la resolució de problemes.
- Adquirir experiència en la presentació oral de problemes.

6.- Requisites

Per a un bon seguiment de l'assignatura és indispensable que els estudiants hagin cursat les assignatures *Geometria Diferencial* així com *Geometria de Varietats*.

També es aconsellable tenir coneixements d'anàlisi (*Anàlisi Vectorial*), de topologia (*Topologia I* i *Topologia II*) i d'equacions diferencials (*Equacions Diferencials*).

7.- Metodologia

L'assignatura disposa de dues hores de classe de teoria i una de problemes. Es recomana fortament l'assistència tant a les classes de teoria com a les de problemes.

A les classes de teoria donarem les eines necessàries per a la comprensió i resolució de problemes. S'introduiran les nocions fonamentals de la geometria riemanniana i es presentaran els resultats més importants de la teoria.

A les classes de problemes s'aprofundirà en l'assimilació i es millorarà la comprensió dels conceptes desenvolupats a les classes teòriques mitjançant la resolució de problemes teòrics i d'exercicis destinats a incrementar la destresa dels alumnes en els càlculs propis de la matèria. Aquest treball es durà a terme mitjançant les explicacions fetes pel professor a la pissarra i la participació activa dels estudiants en la discussió dels diferents arguments emprats per tal de solucionar els problemes. Les llistes de problemes seran lliurades als alumnes al llarg del quadrimestre.

Periòdicament el professor proposarà als alumnes la resolució de determinats problemes. Es demanarà que les resolucions siguin correctes però també s'encoratja als alumnes a cuidar de manera especial la claredat i el rigor de la redacció.

Al final del curs l'alumne haurà rebut a les classes de teoria i problemes tota la informació necessària (tant els enunciats com les seves demostracions), per a afrontar una prova final. Per tant recomanem a l'estudiant que aprofiti aquests recursos.

Aquesta assignatura també oferirà recursos mitjançant el Campus Virtual. En aquest anirem penjant els enunciats de les llistes de problemes i la resta de material que pugui complementar les classes de teoria i problemes.

8.- Avaluació

L'avaluació d'aquesta assignatura es realitzarà en base a la resolució de problemes al llarg del curs (40% de la nota final) i la realització d'una prova final (60% de la nota final).

9.- Bibliografia

1. Manfredo P. do Carmo, *Riemannian Geometry*. Birkhäuser, 1992.
2. Manfredo P. do Carmo, *Geometría diferencial de curvas y superficies*. Alianza Universidad, 1990.(o Birkhäuser, 1992.)
3. S. Gallot, D. Hulin, J. Lafontaine, *Riemannian Geometry*. Springer-Verlag, 1990.

4. Joan Girbau, *Geometria diferencial i relativitat*. Publicacions de la U.A.B., 1993.
5. John M. Lee *Riemannian Manifolds: an introduction to curvature*. Springer-Verlag, 1997.
6. M. Spivak *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*. Publish or Perish Inc, 1979.

Els llibres 1, 4 i 5 són referències bàsiques, especialment el llibre 1 que serà seguit molt de prop al llarg del curs. El llibre 3 és de nivell més avançat. El llibre 6 és una obra molt exhaustiva que pot ser un complement força útil per l'alumne.

10.- Professorat

Gil Solanes (teoria i problemes)

C1/-164

solanes@mat.uab.cat

935813104

Consultes: Dimarts de 12h a 1h i dimecres de 3h a 5h