

GUIA DOCENT

TOPOLOGIA



UAB

Universitat Autònoma
de Barcelona

Guia docent

Titulacions de Grau i de Màster



1. Dades de l'assignatura

Nom de l'assignatura	Topologia
Codi	100106
Crèdits ECTS	6
Curs i període en el que s'imparteix	3r curs / 1r Semestre
Horari	Consultar Web de la Facultat: http://www.uab.cat/ciencies
Lloc on s'imparteix	FACULTAT DE CIÈNCIES
Llengües	
<u>Professor/a de contacte</u>	
Nom professor/a	Carme Safont
Departament	Matemàtiques
Universitat/Institució	Facultat de Ciències
Despatx	C1/118B
Telèfon	93 581 45 38
e-mail	safont@mat.uab.cat
Horari d'atenció	

2. Equip docent

Nom professor/a	Jaume Agudé
Departament	Matemàtiques
Universitat/Institució	Facultat de Ciències
Despatx	C1/224
Telèfon	93 581 18 67
e-mail	aguade@mat.uab.cat
Horari de tutories	

(Afegeix tants camps com sigui necessari)



3.- Prerequisits

La formulació de la teoria es fa amb el llenguatge de conjunts i aplicacions. Cal estar familiaritzat amb aquest llenguatge i conèixer les propietats bàsiques del comportament dels subconjunts respecte aplicacions d'un conjunt en un altre. També serà molt útil el coneixement i l'habilitat en qüestions de convergència de successions i de continuïtat de funcions d'una i varies variables.

4.- Contextualització i objectius formatius de l'assignatura

Hi ha problemes, formulats inicialment sobre objectes geomètrics, que no depenen de distàncies, d'angles o d'alineacions, sinó d'una mena de connexió continua entre els punts que componen l'objecte. És el cas dels problemes topològics.

L'objectiu principal del curs és que l'alumne compregui que una topologia en un conjunt és l'estructura natural per a tractar les aplicacions contínues, i què és una equivalència topològica u homeomorfisme.

Les propietats topològiques són aquelles que es conserven per homeomorfismes. És objectiu del curs que l'alumne aprengui a reconèixer quines propietats són topològiques, i quan un problema es pot formular en termes topològics.

Entre les propietats topològiques, són especialment rellevants la propietat de separació Hausdorff, la compacitat i la connexió, que s'estudien aquest curs. És objectiu del curs reconèixer especialment aquestes propietats, i en general aprendre a usar propietats topològiques per a distingir espais topològics no homeomorfs.

Finalment, també és objectiu del curs mostrar teoremes d'existència històrics en Matemàtiques en els quals són ingredient fonamental propietats topològiques.

El concepte d'espai topològic, de manera anàloga a com el d'espai vectorial va sorgir per modelar els espais euclidis, en un principi volia modelar objectes geomètrics, però els va transcendir. El concepte d'espai topològic és abstracte, i tenen topologies diverses els espais de funcions, o els grups infinits de transformacions, per esmentar exemples d'una importància tal que fan present la Topologia en totes les branques de les Matemàtiques. De tota manera, en aquest curs introductori no pretenem examinar la multitud d'espais abstractes que es poden construir, sino usar la topologia especialment per comprendre propietats mètriques i topològiques de subconjunts de \mathbb{R}^n , i altres espais topològics que es poden obtenir a partir d'aquests.

**5.- Competències i resultats d'aprenentatge de l'assignatura****Competència**

CG4. Seran capaços de transmetre coneixements, procediments, resultats i idees matemàtiques.

Resultats d'aprenentatge

Utilitzar els conceptes bàsics associats a les nocions d'espai mètric i espai topològic: compacitat i connexió. Construir exemples d'espais topològics utilitzant les nocions de subespai topològic, espai producte i espai quocient. Reconèixer topològicament les superfícies compactes i la seva classificació. Reconèixer la naturalesa



dels punts d'una corba en R^3 . Càlcul de curvatura i torsió. Reconèixer la naturalesa dels punts d'una superfície en R^3 . Càlcul de la curvatura de Gauss, curvatura mitjana i curvatures principals. Saber plantejar i resoldre integrals curvilínies i integrals de superfície. Aplicar les integrals de línia i superfície per reconèixer algunes propietats globals de corbes i superfícies. Entendre les aplicacions del càlcul vectorial i de la geometria diferencial a problemes de la física. Utilitzar algun tipus de programari científic per realitzar càlculs i visualitzar superfícies.

Competència

CG5. Hauran desenvolupat aquelles habilitats d'aprenentatge necessàries per emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.

Resultats d'aprenentatge

Utilitzar els conceptes bàsics associats a les nocions d'espai mètric i espai topològic: compacitat i connexió. Construir exemples d'espais topològics utilitzant les nocions de subespai topològic, espai producte i espai quocient. Reconèixer topològicament les superfícies compactes i la seva classificació. Reconèixer la naturalesa dels punts d'una corba en R^3 . Càlcul de curvatura i torsió. Reconèixer la naturalesa dels punts d'una superfície en R^3 . Càlcul de la curvatura de Gauss, curvatura mitjana i curvatures principals. Saber plantejar i resoldre integrals curvilínies i integrals de superfície. Aplicar les integrals de línia i superfície per reconèixer algunes propietats globals de corbes i superfícies. Entendre les aplicacions del càlcul vectorial i de la geometria diferencial a problemes de la física. Utilitzar algun tipus de programari científic per realitzar càlculs i visualitzar superfícies.

Competència

CE2. Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats.

Resultats d'aprenentatge

Utilitzar els conceptes bàsics associats a les nocions d'espai mètric i espai topològic: compacitat i connexió. Construir exemples d'espais topològics utilitzant les nocions de subespai topològic, espai producte i espai quocient. Reconèixer topològicament les superfícies compactes i la seva classificació. Reconèixer la naturalesa dels punts d'una corba en R^3 . Càlcul de curvatura i torsió. Reconèixer la naturalesa dels punts d'una superfície en R^3 . Càlcul de la curvatura de Gauss, curvatura mitjana i curvatures principals. Saber plantejar i resoldre integrals curvilínies i integrals de superfície. Aplicar les integrals de línia i superfície per reconèixer algunes propietats globals de corbes i superfícies. Entendre les aplicacions del càlcul vectorial i de la geometria diferencial a problemes de la física. Utilitzar algun tipus de programari científic per realitzar càlculs i visualitzar superfícies.

Competència

CE3. Reconèixer la presència de les Matemàtiques en altres disciplines.

Resultats d'aprenentatge

Utilitzar els conceptes bàsics associats a les nocions d'espai mètric i espai topològic: compacitat i connexió. Construir exemples d'espais topològics utilitzant les nocions de subespai topològic, espai producte i espai quocient. Reconèixer topològicament les superfícies compactes i la seva classificació. Reconèixer la naturalesa dels punts d'una corba en R^3 . Càlcul de curvatura i torsió. Reconèixer la naturalesa dels punts d'una superfície en R^3 . Càlcul de la curvatura de Gauss, curvatura mitjana i curvatures principals. Saber plantejar i resoldre integrals curvilínies i integrals de superfície. Aplicar les integrals de línia i superfície per reconèixer algunes propietats globals de corbes i superfícies. Entendre les aplicacions del càlcul vectorial i de la geometria diferencial a problemes de la física. Utilitzar algun tipus de programari científic per realitzar càlculs i visualitzar superfícies.



Competència	CE5. Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de defuir les seves propietats .
Resultats d'aprenentatge	Utilitzar els conceptes bàsics associats a les nocions d'espai mètric i espai topològic: compacitat i connexió. Construir exemples d'espais topològics utilitzant les nocions de subespai topològic, espai producte i espai quocient. Reconèixer topològicament les superfícies compactes i la seva classificació. Reconèixer la naturalesa dels punts d'una corba en R^3 . Càlcul de curvatura i torsió. Reconèixer la naturalesa dels punts d'una superfície en R^3 . Càlcul de la curvatura de Gauss, curvatura mitjana i curvatures principals. Saber plantejar i resoldre integrals curvilínies i integrals de superfície. Aplicar les integrals de línia i superfície per reconèixer algunes propietats globals de corbes i superfícies. Entendre les aplicacions del càlcul vectorial i de la geometria diferencial a problemes de la física. Utilitzar algun tipus de programari científic per realitzar càlculs i visualitzar superfícies.
Competència	CE7. Distingir, davant d'un problema o situació, el que és substancial del qual és purament ocasional o circumstancial.



Resultats d'aprenentatge

Utilitzar els conceptes bàsics associats a les nocions d'espai mètric i espai topològic: compacitat i connexió. Construir exemples d'espais topològics utilitzant les nocions de subespai topològic, espai producte i espai quocient. Reconèixer topològicament les superfícies compactes i la seva classificació. Reconèixer la naturalesa dels punts d'una corba en \mathbb{R}^3 . Càlcul de curvatura i torsió. Reconèixer la naturalesa dels punts d'una superfície en \mathbb{R}^3 . Càlcul de la curvatura de Gauss, curvatura mitjana i curvatures principals. Saber plantejar i resoldre integrals curvilínies i integrals de superfície. Aplicar les integrals de línia i superfície per reconèixer algunes propietats globals de corbes i superfícies. Entendre les aplicacions del càlcul vectorial i de la geometria diferencial a problemes de la física. Utilitzar algun tipus de programari científic per realitzar càlculs i visualitzar superfícies.

Competència

CE10. Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.

Resultats d'aprenentatge

Utilitzar els conceptes bàsics associats a les nocions d'espai mètric i espai topològic: compacitat i connexió. Construir exemples d'espais topològics utilitzant les nocions de subespai topològic, espai producte i espai quocient. Reconèixer topològicament les superfícies compactes i la seva classificació. Reconèixer la naturalesa dels punts d'una corba en \mathbb{R}^3 . Càlcul de curvatura i torsió. Reconèixer la naturalesa dels punts d'una superfície en \mathbb{R}^3 . Càlcul de la curvatura de Gauss, curvatura mitjana i curvatures principals. Saber plantejar i resoldre integrals curvilínies i integrals de superfície. Aplicar les integrals de línia i superfície per reconèixer algunes propietats globals de corbes i superfícies. Entendre les aplicacions del càlcul vectorial i de la geometria diferencial a problemes de la física. Utilitzar algun tipus de programari científic per realitzar càlculs i visualitzar superfícies.

6. Continguts de l'assignatura

1. Espais Topològics i aplicacions contínues

- Topologia en un conjunt donada per una família d'entorns de cada punt. Interior i clausura d'un conjunt.
- Altres maneres equivalents de definir una topologia.
- Bases d'una topologia.
- Topologia associada a una mètrica.
- Convergència de successions.
- Les diverses caracteritzacions de la continuïtat d'una aplicació. Cas especial d'espais mètrics.
- Homeomorfismes. Topologies equivalents. Propietats topològiques.

2. Construcció d'espais topològics.

- Topologia de subespai. Comportament de la continuïtat d'una aplicació respecte de la topologia de subespai.
- Topologia producte d'un nombre finit d'espais topològics. Comportament de la continuïtat d'una aplicació respecte de la topologia producte.
- Topologia quocient en el conjunt quocient d'un espai topològic per una relació d'equivalència. Construcció d'aplicacions contínues sobre un espai quocient.
- Cas del quocient d'un espai per un grup de transformacions.

3. Compacitat, propietats de separació, connexió.

- Espais de Hausdorff. Comportament respecte a subespais, productes i quocients.
- Compacitat, definició per recobriments oberts. Comportament respecte a subespais, productes i quocients.
- Compacitat en espais mètrics. Número de Lebesgue d'un recobriment obert. Teorema de Weierstrass.
- Caracterització de compactes en \mathbb{R}^n .
- Espais connexos. Connexió per camins. Comportament respecte a subespais, productes i quocients.



Components connexes.

4. Superfícies compactes.

- Superfícies.
- Triangulacions de superfícies i característica d'Euler.
- Orientabilitat.
- El teorema de classificació de superfícies compactes.

5. Introducció a la homotopia.

- Aplicacions homòtopes. Equivalència d'homotopia. Exemple de les retraccions per deformació.
- Homotopia de camins. Homotopia relativa. Grup fonamental. Invariància del grup fonamental per equivalències d'homotopia.
- Índex d'una corba tancada del pla respecte a un punt. Grup fonamental del cercle.

7.- Metodologia docent i activitats formatives

L'assignatura es desenvoluparà al llarg del semestre en classes repartides en sessions de teoria, de problemes i seminaris. L'assistència a classe és el mitjà natural per al seguiment de l'assignatura.

A les classes teòriques s'explicaran els conceptes fonamentals de l'assignatura, i es donaran les pautes de funcionament del curs. L'aprenentatge s'assolirà per l'estudi de la teoria i el treball de l'estudiant sobre una llista de problemes enunciats que es lliurarà al llarg del curs i s'anirà resolent a les classes de problemes i als seminaris.

Hi ha 30 hores de classes teòriques, 15 hores de classe de problemes i 3 seminaris de 2 hores cada un. Això representa 51 hores lectives. Se suposa que l'assignatura requereix 150 hores de dedicació de l'estudiant (25 h/crèdit x 6 crèdits = 150 h). Cal ser conscients que això significa que l'aprenentatge es basa essencialment en el treball personal de l'alumne. De manera orientativa, fem l'observació següent:

$$51 \text{ hores lectives} + 4 \text{ hores d'examen} = 55 \text{ h presencials.}$$

150 - 55 = 95 h no presencials. És recomanable una dedicació de 6 h setmanals durant 14 setmanes representa 84 h. Queden 11 h de preparació d'examen i treballs.

S'usarà el Campus Virtual com a mitjà de comunicació amb el conjunt de l'alumnat. En particular, s'anunciarà el contingut de cada classe de teoria. És convenient anar a classe havent llegit a la bibliografia el que aneu a escoltar.

Es publicarà una llista de problemes bàsics. S'aconsella resoldre tots aquests problemes.

TIPUS D'ACTIVAT	ACTIVAT	HORES	RESULTATS D'APRENTATGE
-----------------	---------	-------	------------------------

Dirigides

Supervisades

--	--	--



Autònomes

8.- Avaluació

Durant les classes de problemes i en dies pactats, els alumnes hauràn de resoldre per escrit un problema de les llistes, que serà corregit. D'aquesta manera obtindran una nota P (sobre 10) de problemes.

Cada seminari serà una pràctica amb un guió, que es farà públic amb antelació i heu d'haver estudiat abans de venir a la pràctica. En aquest guió hi haurà una llista de qüestions. La darrera mitja hora del seminari es dedicarà a la redacció d'una qüestió de la pràctica que l'alumne entregarà i serà puntuada, donant una nota total S (sobre 10) de seminaris.

Les proves anteriors es consideren avaluació continuada. Al final del semestre es farà un examen escrit, donant una nota E (sobre 10).

La nota final serà

$$0.70E + 0.15P + 0.15S$$

Volem recordar que l'assignatura té una única convocatòria, que acaba al juliol. També avisem que es considerarà que un alumne s'ha presentat a l'assignatura si ha realitzat almenys la meitat de les proves d'avaluació continuada o l'examen final.

ACTIVITATS D'AVALUACIÓ

HORES

RESULTATS D'APRENTATGE



9- Bibliografia i enllaços web

N. Batle i F. Rossel. *Topologia General*. Col·lecció materials didàctics, UIB, 2000. Una mica de teoria de conjunts, Apèndix A.

R. Brown. *Topology: a geometric account of general topology, homotopy types and the fundamental groupoid*. Ellis-Horwood Limited Pub., 1988. (Capítols 1 i 2.)

P. Pascual i A. Roig. *Topologia*. Edicions UPC, 2004. (Capítol 3.)

P. Pascual i A. Roig. *Topologia*. Edicions UPC, 2004. (Capítols 4 i 5.)

W. Massey. *Introducción a la Topología Algebraica*. Ed. Reverté, 1982. (Capítol 1.)

W. Massey. *Introducción a la Topología Algebraica*. Ed. Reverté, 1982. (Capítol 2.)

K. Jänich. *Topology*. UTM, Springer-Verlag, 1984.

J. Munkres. *Topología*. Ed. Prentice-Hall (2002).

Ch. Christenson and W. Voxman. *Aspects of Topology*. Dekker, 1977.