

Grafs i complexitat

Codi	Tipus	Curs/Semestre	Crèdits
20346	Obligatòria Semestral	2009 / 2010	4,5

Objectius

Competències específiques

Coneixements

- Introduir un conjunt d'eines formals, basades en els grafs, per a la representació i l'anàlisi de problemes d'optimització.
- Estudiar algunes de les propietats bàsiques dels tipus principals de grafs per tal de poder-les aplicar a la resolució de problemes pràctics.
- Mostrar una alternativa algorísmica rigorosa a la resolució intuïtiva (i sovint errònia) de problemes tan senzills d'enunciar com difícils de resoldre.
- Introduir des d'un punt de vista aplicat a l'anàlisi algorísmica (complexitat d'un algorisme) i la teoria de la complexitat (problemes tractables, intractables, etc.).

Habilitats

- Aprendre les propietats dels grafs com a model.
- Representar problemes mitjançant grafs.
- Aplicar esquemes algorísmics seqüencials clàssics (de cerca i de recorregut) per a la resolució de problemes de grafs.
- Conèixer problemes clàssics de grafs i noves tècniques de resolució de problemes.
- Assumir l'existència de problemes de difícil resolució en la pràctica.
- Analitzar les diverses alternatives per a obtenir solucions factibles per a problemes intractables.
- Saber exposar en públic la resolució de problemes.
- Escriure fent un ús correcte del llenguatge i de la notació matemàtica bàsica.
- Entendre la dinàmica de demostracions matemàtiques simples.
- Assumir un comportament ètic en relació a l'autoria i l'accés a fonts d'informació alienes.

Competències genèriques

- Resolució de problemes.
- Comunicació oral i escrita.
- Comportament ètic.
- Constància en el treball.
- Capacitat d'anàlisi i de síntesi.
- Raonament crític.

Capacitats prèvies

Coneixements bàsics d'algorismes i de matemàtiques.

Continguts

1. Introducció i fonaments.	
<ol style="list-style-type: none">1. Definicions bàsiques2. Existència de grafs amb una seqüència de graus fixada: teorema dels graus i conseqüència; teorema de Havel i Hakimi3. Tipus de grafs, subgrafs i propietats4. Representació de grafs: matriu d'adjacència i llista d'adjacències5. Existència de grafs plans: fórmula d'Euler i conseqüències; caracterització de Kuratowski <p>Introduir el model de graf, conèixer els tipus de grafs més usuals i les seves propietats.</p>	
2. Connectivitat, arbres i camins	
<ol style="list-style-type: none">1. Determinar si un graf és connex2. Arbres generadors: seqüències de Prüfer3. Trobar un arbre generador de cost mínim en un graf: mètodes de Kruskal i de Prim4. Trobar el camí de cost mínim que uneix dos vèrtexs d'un graf: mètodes de Ford i de Dijkstra5. Trobar tots els camins entre cada parell de vèrtexs: algorisme de Floyd. <p>Algorismes bàsics de grafs que produeixen un arbre generador. Anàlisi de la complexitat dels algorismes.</p>	
3. Circuits eulerians i circuits hamiltonians	
<ol style="list-style-type: none">1. Determinar si un graf és eulerià: teorema d'Euler2. El problema del carter xinès<ul style="list-style-type: none">• Prèvis, aparellaments3. Determinar si un graf és hamiltonià: mètode de Robert i Flores4. Introducció intuïtiva a la teoria de la complexitat: problemes tractables i intractables5. El problema del viatjant: algorisme d'aproximació basat en l'aparellament perfecte òptim. <p>Problemes tan semblants, però tan diferents: tractabilitat i intractabilitat.</p>	
4. Coloració de vèrtexs	
<ol style="list-style-type: none">1. Independència, cobertura i coloració	

2. Fites per al nombre cromàtic dels vèrtexs
3. Coloració dels grafs plans: tot mapa és 4-colorable.
4. De quantes maneres podem pintar un graf si disposem de k colors : el polinomi cromàtic

Un altre problema intractable. La demostració més famosa de la teoria de grafs.

Metodologia docent

Les **clases de teoria**, de dues hores els dilluns, es basen en la lliçó magistral clàssica: el professor introdueix els continguts teòrics bàsics del tema i dóna indicacions sobre com treballar-lo. Moltes sessions estan orientades a la resolució de problemes: es considera un problema aplicat com a punt de partida i, mitjançant la seva resolució, es va desenvolupant la teoria relacionada relacionada amb aquest. *Els estudiants han de prendre una actitud activa en aquestes sessions, aprofitant les pauses programades per a deduir ells mateixos la solució a voltes intuïtiva d'alguns problemes, assimilant així els coneixements*. Al final de la sessió es proposen exercicis que els estudiants hauran de resoldre individualment, i es donen indicacions per a fer-los. Deixant de banda alguns exercicis mecànics i els casos en què s'especifiqui el contrari, els estudiants han de plantejar, discutir, resoldre i argumentar convenientment la solució als exercicis proposats de manera autònoma, basant-se bàsicament en la teoria i les indicacions que s'han donat.

L'objectiu és que els estudiants dedueixin una solució, no que la localitzin i la treballin per tal d'aprendre-la o memoritzar-la (especialment si es troba a internet). És per això que es valorarà més una solució ben argumentada, potser no del tot correcta, que una solució correcta poc argumentada o difícilment justificable.

Els **seminaris** tenen com a finalitat l'exposició pública, la correcció i la discussió dels exercicis. Per a cada sessió es proposaran un seguit d'exercicis. Preparar un exercici significa assumir l'exercici com a propi i, per tant, ser capaç de defensar-lo i exposar-lo. En la valoració dels exercicis es tindrà en compte també la forma, la notació usada, la manera d'expressar-se i l'ús del llenguatge. De cada seminari s'escollirà un estudiant a l'atzar que disposarà d'un màxim de 10 minuts per tal d'exposar públicament la solució d'un exercici proposat. Un estudiant potser escollit més d'una vegada i la nota dels problemes presentats comptarà un 20% de la nota final.

Aquests seminaris són obligatoris. En el cas que l'estudiant escollit no hagi assistit al seminari i no ho hagi justificat, la valoració de l'exercici serà negativa i no podrà obtenir aquest 20% de la nota final.

Tota la informació de l'assignatura es publicarà al *Campus Virtual*. Remarcar que en l'apartat *agenda* hi trobareu el calendari actualitzat amb les dates de lliurament d'exercicis, així com les dates previstes per a les avaluacions.

Aquest seria el *recorregut típic* d'una setmana lectiva completa, sense avaluació, d'un estudiant:

- Classe teòrica (2 hores presencials), estudi dels continguts teòrics (2 hores) i preparació del seminari (3 hores), seminari (1 hora presencial).

Avaluació

1a convocatòria (febrer/juny)		2a convocatòria (juliol/setembre)
Avaluació en grups	Avaluació individual	
- No n'hi ha.	<p>- Hi ha avaluació continuada.</p> <p>- Consisteix en quatre proves d'avaluació (80%) i exposició pública d'exercicis (20%).</p> <p>- Els estudiants que per motius laborals no puguin assistir regularment a classe han de comunicar-ho a l'inici de curs. En aquest cas hauran de lliurar un subconjunt dels exercicis proposat abans de la data del seminari corresponent. Eventualment hauran de venir a exposar exercicis i a justificar-ne l'autoria en horari concertat amb el professor.</p> <p>- Es considera No Presentat l'estudiant que no hagi realitzat cap prova d'avaluació.</p>	<p>- Sí n'hi ha.</p> <p>- Pels estudiants que no hagin superat la primera convocatòria, aquesta segona només permet recuperar el 80% de la nota final, a través de realitzar les proves d'avaluació no fetes o amb nota inferior a 5 (la resta de notes es mantenen de la primera convocatòria), o per altra banda un exàmen global.</p> <p>- Constarà com a No presentat l'estudiant que no es presenti a cap prova de recuperació.</p>

Bibliografia bàsica

- COMELLAS, F. (1996). Matemàtica discreta. Politext 26, Edicions UPC. ISBN 84-8301-062-3.
- BASART, J.M. (1998) [1994]. Grafs: fonaments i algorismes. Manuals de la UAB, 13. Publicacions de la UAB. ISBN 84-490-1420-4.
- TRIAS, J. (2001). Matemàtica discreta. Problemes resolts. Edicions UPC. ISBN 84-8301-486-6.
- GARCÍA M., F. et al. Problemas resueltos de matemática discreta. Thomson. ISBN 84-9732-210-X.
- GIBBONS, A. (1985). Algorithmic Graph Theory. Cambridge University Press. ISBN 0-521-24659-8.
- GIMBERT, J. et al. (1998). Apropament a la teoria de grafs i als seus algorismes. Edicions de la

Universitat de Lleida, Eines, 23. ISBN 84-89727-65-1.

- GRIMALDI, R.P. (1989). Matemáticas discreta y combinatoria. Addison-Wesley Iberoamericana. ISBN 0-201-64406-1.

Bibliografia complementària

- BERGE, C. (1991). Graphs. North-Holland. ISBN 0-444-87603-0.
- McHUGH, J.A. (1990). Algorithmic Graph Theory. Prentice-Hall International. ISBN 0-13-019092-6.
- WILSON, R.J. (1990). Introduction to Graph Theory. Longman Scientific & Technical. ISBN 0-582-44685-6.

Enllaços

Tutorials interactius introductoris a la teoria de grafs.	http://www.utm.edu/departments/math/graph/
Edició electrònica del llibre Graph Theory de Reinhard Diestel.	http://diestel-graph-theory.com/index.html
Projecte internacional de representació de grafs.	http://www.graphviz.org/
Applet que simula diversos algorismes de grafs.	http://www.ccd.uab.es/%7Ejaume/graphgui33/GraphApplet.html
Una simulació de l'algorisme de Dijkstra.	http://marina.fortunecity.com/nelson/457/Dijkstra.html
Lliçons de grafs per l'autor del programa Petersen.	http://oneweb.utc.edu/~Christopher-Mawata/petersen/
Applet que permet editar i simular diversos algorismes de grafs.	http://deic.uab.cat/~jduran/projectes/appletgraf.html