

1. Nom de l'assignatura: Càlcul

Codi	Tipus	Curs/semestre	Crèdits ECTS
26987	Troncal Anual	Primer curs	10

Professors

Nom	Departament	Despatx	Direcció e-mail	Telèfon
Jose Gonzalez	Matemàtiques	S/258	jgllonte@mat.uab.cat	93 581 45 34
Gregori Guasp	Matemàtiques	S/259	gguasp@mat.uab.cat	93 581 15 05
Laia Saumell	Matemàtiques	S/259	laia@mat.uab.cat	93 581 24 13
Ricardo Borges	Matemàtiques	S/259	rborges@mat.uab.cat	93 581 37 40
Jaume Moncasi	Matemàtiques	S/258	moncasi@mat.uab.cat	93 581 29 41
Laura Prat	Matemàtiques	s/259	laurapb@mat.uab.cat	93 581 45 33

2. Objectius

En aquesta assignatura s'estudien les tècniques i els conceptes bàsics del Càlcul diferencial i integral d'una variable.

Coneixements

1. Entendre el significat del valor absolut d'un número i la relació amb desigualtats i la geometria de la recta real.
2. Relacionar les equacions de rectes al pla amb conceptes geomètrics com distància, paral·lelisme i perpendicularitat.
3. Entendre el concepte de funció i les transformacions bàsiques entre funcions.
4. Entendre les nocions de límit d'una funció en un punt i de continuïtat en un punt. Reconèixer l'existència de límit com a concepte local, independent de la definició de la funció al punt considerat.
5. Saber relacionar els límits infinits o a l'infinít amb l'existència d'asímptotes d'una funció.
6. Entendre el significat dels teoremes globals sobre funcions contínues.
7. Conèixer el concepte de derivada i relacionar-lo amb dues de les seves principals aplicacions: ritme de canvi instantani i pendent de la tangent a una gràfica.
8. Saber utilitzar correctament la derivada per a determinar els intervals de creixement, decreixement, concavitat i convexitat d'una funció.
9. Saber traduir problemes concrets d'optimització en el llenguatge de funcions i utilitzar correctament les eines del càlcul diferenciar per a trobar els extrems.
10. Entendre el Teorema del valor Mig i el seu significat geomètric.

11. Saber aplicar totes les tècniques de límits i derivades a l'anàlisi de la gràfica d'una funció.
12. Conèixer la motivació i el funcionament del mètode d'aproximació de Newton.
13. Entendre la necessitat d'ampliar els sistemes numèrics i el perquè de la introducció dels nombres complexos.
14. Conèixer les diferents formes d'expressar nombres complexos i les operacions bàsiques entre ells.
15. Entendre el concepte d'integral definida com a límit de sumes.
16. Tenir clar el paper del Teorema Fonamental del Càlcul en la relació entre derivades , primitives i integrals definides.
17. Entendre el funcionament dels mètodes d'integració per parts i de canvi de variable.
18. Familiaritzar-se amb les diferents aplicacions geomètriques de la integral definida.
19. Entendre correctament la relació entre el càlcul de primitives i la resolució d'equacions diferencials amb variables separables.
20. Conèixer la motivació i el funcionament dels mètodes de trapezis i de Simpson per a aproximar integrals definides.
21. Entendre el concepte d'integral impropia. Reconèixer la diferència entre el càlcul explícit d'una integral impròpia i l'estudi de la seva convergència.
22. Entendre el problema de l'aproximació d'una funció per polinomis al voltant d'un punt i l'estimació de l'error.
23. Entendre la noció de convergència d'una sèrie numèrica i el funcionament dels criteris de convergència.
24. Entendre la noció de sèrie de potències

Habilitats

1. Saber relacionar els conceptes de distància i valor absolut en problemes pràctics.
2. Resoldre desigualtats de primer i segon grau. Resoldre algunes desigualtats de grau en casos en què la factorització del polinomi és senzilla.
3. Treballar d'una manera fluïda amb equacions de rectes al pla.
4. Resoldre indeterminacions mitjançant mètodes algebraics senzills.
5. Calcular límits a l'infinit de funcions racionals i determinar correctament les asímptotes d'una funció racional.
6. Decidir sobre la continuïtat d'una funció en un punt a partir de la seva gràfica.
7. Aplicar correctament les regles de derivació, especialment la regla de la cadena.
8. Resoldre problemes on apareixen ritmes de canvi de variables relacionades.
9. Aplicar correctament les tècniques de resolució de desigualtats per a determinar els intervals de creixement i decreixement de funcions, concavitat i convexitat.

10. Aplicar els criteris de búsqueda d'extrems per resoldre problemes diversos d'optimització.
11. Calcular primitives a partir de manipulacions algebraiques bàsiques, canvi de variable o integració per parts.
12. Descompondre fraccions racionals en suma de fraccions simples i calcular primitives racionals on el grau del factor irreductible del denominador és com a màxim, 2.
13. Aplicar correctament els criteris de comparació d'integrals impròpies.
14. Calcular cotes del valor absolut d'una funció en un interval tancat i aplicar-ho a les fórmules de l'error de trapezis , Simpson i Taylor.
15. Calcular derivades n-èsimes de funcions senzilles i calcular polinomis de Taylor de grau arbitrari.
16. Aplicar correctament els criteris de convergència de sèries numèriques.

Competències

Les competències que intentem desenvolupar en aquesta assignatura són:

1. capacitat d'entendre l'enunciat d'un problema , distingir les seves dificultats i buscar la tècnica adequada que permeti resoldre'l.
2. traduir al llenguatge matemàtic enunciats plantejats per problemes de la vida real , resoldre el problema matemàtic corresponent i finalment, interpretar el resultat en termes de l'enunciat original.
3. capacitat d'anàlisi i d'expressió de les idees.

3. Capacitats prèvies

Tot i tractar-se d'un curs autocontingut, és molt convenient que l'alumne estigui familiaritzat amb el llenguatge matemàtic elemental, les operacions amb fraccions , el càlcul amb polinomis i la resolució d'equacions algebraiques senzilles.

4. Contingut

El programa del curs és el següent:

1. Introducció

- Desigualtats. Valor absolut.
- Coordenades al pla. Equacions de rectes.
- Definició de funció.
- Funcions. Combinacions de funcions. Funció inversa. Funcions elementals.

2. Límits i continuïtat

- Límit d'una funció en un punt. Propietats bàsiques del límit.
- Funcions contínues. Propietats bàsiques de les funcions contínues.
- Teoremes fonamentals sobre funcions contínues.

3. Derivades

- Definició de derivada. Diferents interpretacions de la derivada.
- Fórmules de derivació.
- Extrems locals.
- Teorema del valor mig.
- Creixement i decreixement. Convexitat.
- Fórmula de L'Hôpital.
- Mètode de Newton.

4. El número complex

- Introducció als números complexos.
- Suma, producte i quocient de complexos.
- Forma polar.

5. Integració

- La integral definida (integral de Riemann).
- Teorema Fonamental del Càlcul. Càlcul de primitives. Integració per parts. Canvi de variable.
- Aplicacions de la integral.
- Equacions diferencials.
- Aproximació d'integrals (mètodes de trapezis i de Simpson).
- Integrals impròpies.

6. Desenvolupament de Taylor

- Polinomis de Taylor d'una funció derivable.
- Fórmula de l'error. Aproximació de valors de funcions mitjançant expressions polinòmiques.
- Desenvolupament de Taylor de les funcions elementals.

7. Sèries

- Successions. Límits de successions.
- Sèries numèriques. Criteris de convergència.

8. Sèries de potències

- Funcions definides per sèries de potències.
- Radi de convergència.
- Derivació i integració de sèries de potències.

És impossible fixar el número d'hores que un alumne hauria de dedicar a l'estudi de l'assignatura per tal d'assimilar-la i estar en condicions de superar-la. Això depèn de molts factors d'àmbits diferents com, per exemple: formació prèvia de l'estudiant, claredat del

professor en les explicacions, actitud dels alumnes a l'aula; etc. Per tant la següent taula s'ha de prendre de forma aproximada i en tot cas és un mínim de dedicació. Aquesta dedicació es recomana que sigui uniforme al llarg de tots els dies del quadrimestre (incloent també l'època d'exàmens).

(T: teoria, S: seminaris, PS: preparació de seminaris, L: laboratoris, PP: preparació pràctiques, E: estudi, AA: altres activitats)

Temes	Hores de dedicació de l'estudiant							
	T	S	PS	L	PP	E	AA	Total
1. Introducció	6	6				8		
2. Límits i continuïtat.	6	6				8		
3. Derivades	12	12				18		
4. El número complex	4	4				6		
5. Integració	16	16				18		
6. Desenvolupament de Taylor	4	4				6		
7. Sèries	6	6				6		
8. Sèries de potències	2	2				4		

L'anterior taula es complementa amb la següent. En aquesta taula hi figura la programació al llarg del curs (aproximada) dels temes del programa, de les proves, etc. Les dates concretes de les proves d'avaluació seran anunciades oportunament.

Programació

Setmanes	Tema	Hores de teoria	Hores de problemes	Avaluació
1er quadrimestre				
1 a la 3	Tema 1	2 hores a la setmana		
4 a la 6	Tema 2	2 hores a la setmana	2 hores a la setmana	
7 a la 9	Tema 3	2 hores a la setmana	2 hores a la setmana	
10				2 hores prova d'avaluació
11 a 13	Tema 3	2 hores a la setmana	2 hores a la setmana	
14 a 15	Tema 4	2 hores a la setmana	2 hores a la setmana	
				3 hores prova d'avaluació
2on quadrimestre				
1 a 3	Tema 5	2 hores a la setmana		
4 a 8	Tema 5	2 hores a la setmana	2 hores a la setmana	
9	Tema 6	2 hores a la setmana	2 hores a la setmana	
10				2 hores prova d'avaluació

11	Tema 6	2 hores a la setmana	2 hores a la setmana	
12 a 14	Tema 7	2 hores a la setmana	2 hores a la setmana	
15	Tema 8	2 hores a la setmana	2 hores a la setmana	
				3 hores prova d'avaluació
				3 hores prova d'avaluació

5. Metodologia docent

El procés d'aprenentatge s'ha de basar principalment en el treball personal de cada alumne. Cal tenir en compte però, que el llenguatge propi i el contingut de les matemàtiques dificulta i fins i tot pot fer impossible l'aprenentatge individual si no es disposa de formació suficient. Per això les explicacions teòriques i l'ajut del professor són fonamentals en aquesta assignatura de primer curs. En aquest sentit remarquem la importància de l'assistència del alumne a les classes teòriques i pràctiques. Així mateix ressaltam que és molt profitós que l'alumne aprofiti les hores de tutoria i que s'acostumi a fer-ho regularment. Per aquesta raó les hores de tutoria s'han d'entendre com un mínim.

Les classes teòriques, dues hores setmanals al llarg de tot el curs, no estan plantejades com a classes magistrals. En elles s'intenta transmetre les idees bàsiques del curs però sempre mitjançant nombrosos exemples i problemes. Estem convençuts que l'èxit en l'aprenentatge d'una matèria està basat principalment en el domini de la resolució dels problemes. A les classes de teoria també s'incentiva que els alumnes facin preguntes per copsar el grau de seguiment de les explicacions.

El nivell d'estudis i formació dels alumnes que comencen a cursar l'assignatura és bastant variable. Per aquesta raó comencem el curs amb un repàs de les nocions instrumentals bàsiques en un curs de càlcul, com ara desigualtats, valor absolut i equacions de rectes al pla (que alguns ja sabran d'estudis previs) amb l'objectiu d'uniformitzar els mètodes i de iniciar als alumnes als estudis universitaris amb un nivell esglaonat de dificultat.

Les classes pràctiques es plantegen com un marc on els alumnes s'han d'enfrontar a les dificultats que implica la resolució de problemes. Així, la primera part es dedica a que els alumnes intentin resoldre els problemes a l'aula i el professor vagi atenent els diversos dubtes que van sorgint. Aquests problemes són els d'unes llistes que s'han facilitat a l'alumne prèviament. En la segona part, principalment, el professor explica la resolució dels exercicis que considera més convenients. Per treure el màxim profit d'aquestes classes és molt recomanable que l'alumne les hagi preparat prèviament, fent l'esforç d'entendre els enunciats dels exercicis i d'intentar resoldre'ls.

L'assignatura disposarà d'un espai en el "Campus Virtual". Accedint-hi l'alumne podrà obtenir material docent i informació acadèmica de l'assignatura

6. Avaluació

Criteris d'avaluació: L'objectiu del procés d'avaluació és verificar que els alumnes han assolit els coneixements i han adquirit les habilitats definides en els objectius de l'assignatura, així com les competències. Aquest és el punt essencial de procés d'aprenentatge. Donat el número elevat d'alumnes matriculats no es pot fer un seguiment de cada alumne i el mètode d'avaluació intenta fer un equilibri entre la necessitat d'obrar de forma justa i les disponibilitats de realització.

Activitats i instruments d'avaluació: A llarg del curs hi haurà dues sessions pràctiques en un aula

en les quals els alumnes hauran de resoldre exercicis semblants als que s'hauran anat treballant a les pràctiques. D'aquestes avaluacions l'alumne obtindrà dues notes, T1 i T2. Al febrer hi haurà una prova d'avaluació P amb qüestions i exercicis del mateix estil i dificultat dels proposats a les llistes de problemes. Al juny hi haurà una prova escrita E sobre el contingut global del curs. Totes les qualificacions són de 0 a 10. La nota final serà

$$F = \text{màxim}\{ 0,1 T1 + 0,3 P + 0,1 T2 + 0,5 E , E \}$$

Al juliol hi haurà una altra prova global del curs, corresponent a la segona convocatòria. La qualificació d'aquesta segona convocatòria és independent de totes les qualificacions anteriors.

7. Bibliografia bàsica

1. *Cálculo con geometría Analítica*. Thomas-Finney. Vol. 1. Addison-Wesley Iberoamericana.
2. *Cálculo I*. Larson-Hostetler-Edwards. Pirámide.
3. *Calculus*. Vol. I . Salas-Hille-Etgen. Reverté.
4. *Cálculo de una variable*. Vol. I Bradley-Smith, Prentice Hall

8. Bibliografia complementària

1. *Problemas y ejercicios de Análisis Matemático*. Demidovich. Paraninfo.
2. *Calculus*. Spivak. Reverté.

9. Enllaços web

L'espai al Campus Virtual de l'assignatura on, eventualment, hi haurà altres indicacions.