

GUIA DOCENT
FUNCIONS DE VARIABLE REAL



UAB
Universitat Autònoma
de Barcelona

Guia docent
Titulacions de Grau i de Màster



1. Dades de l'assignatura

Nom de l'assignatura	Funcions de Variable Real
Codi	100087
Crèdits ECTS	12
Curs i període en el que s'imparteix	1r curs. Anual
Horari	http://mat.uab.cat/seccio/calendari-docent-del-curs-2/primer-de-grau.html
Lloc on s'imparteix	FACULTAT DE CIÈNCIES
Llengües	Català
<u>Professor/a responsable</u>	
Nom professor/a	Joaquim Bruna
Departament	Matemàtiques
Universitat/Institució	Facultat de Ciències UAB
Despatx	C1/108
Telèfon	93. 581. 34.68
e-mail	bruna @mat.uab.cat

2. Equip docent

Nom professor/a	Julià Cufí
Departament	Matemàtiques
Universitat/Institució	Facultat de Ciències UAB
Despatx	C1/114
Telèfon	93.581.15.55
e-mail	jcufi@mat.uab.cat
Horari de tutories	



Nom professor/a	Joaquim Martin
Departament	Matemàtiques
Universitat/Institució	Facultat de Ciències UAB
Despatx	C1/-156
Telèfon	93.581.45.34
e-mail	martin@mat.uab.cat
Horari de tutories	
Nom professor/a	Jorge Antezana
Departament	Matemàtiques
Universitat/Institució	Facultat de Ciències UAB
Despatx	C1/-164
Telèfon	93.581.31.04
e-mail	jaantezana@mat.uab.cat
Horari de tutories	
Nom professor/a	Margarida Miró
Departament	Matemàtiques
Universitat/Institució	Facultat de Ciències UAB
Despatx	C1/212
Telèfon	93.581.18.86
e-mail	marga@mat.uab.cat
Horari de tutories	



3.- Prerequisits

Per tal que un alumne pugui cursar l'assignatura és imprescindible que tingui una certa destresa en la manipulació algebraica de fraccions o d'expressions que continguin arrels, potències, etc. També és molt aconsellable que l'estudiant tingui amplis coneixements de trigonometria, que sàpiga les raons trigonomètriques de la suma i de l'angle doble. Finalment, és d'esperar que l'estudiant pugui fer, sense gaire dificultat, la representació gràfica de funcions racionals relativament senzilles. Pressuposem també que la persona que cursa aquesta assignatura està familiaritzada amb raonaments de tipus lògic, que sap negar frases o proposicions, etc, i que coneix la mecànica bàsica per a derivar i integrar funcions, com al batxillerat.

4.- Contextualització i objectius formatius de l'assignatura

A nivell de coneixements, l'objectiu de l'assignatura és que l'estudiant sedimenti sòlidament els conceptes bàsics del *Càlcul Infinitesimal*: les funcions de variable discreta (successions) o contínua, llur variabilitat, límit, derivada i integral. A nivell de competències, també és un objectiu en si mateix que assolixi una certa destresa en la manipulació i càlcul de límits, derivades i integrals i sàpiga aplicar els teoremes bàsics d'aquesta teoria. Finalment, hi ha també un objectiu formatiu de caràcter genèric que és que l'alumne comenci a desenvolupar la capacitat d'anàlisi i de raonar rigorosament.

Assolir aquests objectius és quelcom imprescindible com a requisit de la matèria *Fonaments d'Anàlisi Matemàtica* (tres assignatures) i en definitiva per a una correcta progressió en els estudis del grau.

5. Competències i resultats d'aprenentatge de l'assignatura

Competència	CE4. Calcular, reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat
Resultats d'aprenentatge	Manipular desigualtats i successions, analitzar i dibuixar funcions, deduir propietats d'una funció a partir del gràfic, comprendre i treballar intuïtivament, geomètrica i formalment amb les nocions de límit, derivada i integral. Calcular derivades de funcions mitjançant la regla de la cadena, el Teorema de la Funció Implícita, etc. Calcular i estudiar extrems de funcions. Calcular integrals de funcions d'una variable. Resoldre problemes que impliquen el plantejament d'integrals (longituds, àrees, volums, etc.).
Competència	CE5. Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
Resultats d'aprenentatge	Resoldre i discutir sistemes d'equacions lineals. Calcular determinants i descomposicions de matrius. Treballar amb diferents bases d'espais vectorials de dimensió finita. Classificar matrius i aplicacions lineals segons diversos criteris (rang, formes diagonal i de Jordan). Calcular bases ortonormals i projeccions. Manipular desigualtats i successions, analitzar i dibuixar funcions, deduir propietats d'una funció a partir del gràfic, comprendre i treballar intuïtivament, geomètrica i formalment amb les nocions de límit, derivada i integral. Calcular derivades de funcions mitjançant la regla de la cadena, el Teorema de la Funció Implícita, etc. Calcular i estudiar extrems de funcions. Calcular integrals de funcions d'una variable. Resoldre problemes que impliquen el plantejament d'integrals (longituds, àrees, volums, etc.).
Competència	CE9. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.



Resultats d'aprenentatge

Resoldre problemes que impliquen el plantejament d'integrals (longituds, àrees, volums, etc.).

Competència

CE11. Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs.

Resultats d'aprenentatge

Resoldre i discutir sistemes d'equacions lineals. Calcular determinants i descomposicions de matrius. Treballar amb diferents bases d'espais vectorials de dimensió finita. Classificar matrius i aplicacions lineals segons diversos criteris (rang, formes diagonal i de Jordan). Calcular bases ortonormals i projeccions. Manipular desigualtats i successions, analitzar i dibuixar funcions, deduir propietats d'una funció a partir del gràfic, comprendre i treballar intuïtivament, geomètrica i formalment amb les nocions de límit, derivada i integral. Calcular derivades de funcions mitjançant la regla de la cadena, el Teorema de la Funció Implícita, etc. Calcular i estudiar extrems de funcions. Calcular integrals de funcions d'una variable. Resoldre problemes que impliquen el plantejament d'integrals (longituds, àrees, volums, etc.).

6.- Continguts de l'assignatura

1. La recta real. Els números racionals i la seva incompletitud. El concepte de nombre real, expressió decimal i binària. Operacions i desigualtats entre números reals. Numerabilitat. Suprem i ínfim d'un conjunt. Axioma de completitud. Números reals distingits: π i e .

2. Successions de nombres reals. Funcions reals de variable discreta o contínua Límit d'una successió. Propietats algebraïques. Els conceptes d'infinitèsim i infinit. Successions monòtones. Punts d'acumulació. Successions parcials. El Teorema de Bolzano-Weierstrass. Conjunts compactes. Successions de Cauchy i reenunciat de l'axioma de completitud. Càlcul de límits.

3. Continuitat de funcions Funcions de variable real. Domini d'una funció. Funcions polinòmiques, racionals, exponencials i trigonomètriques vs funcions experimentals. Límit d'una funció en un punt, límits laterals, assíptotes. Propietats algebraïques. Continuitat d'una funció. Teorema de Bolzano, localització d'arrels. Teorema dels valors intermedis i Teorema de Weierstrass. Funcions monòtones, funció inversa, continuïtat de la funció inversa, funcions logarítmiques i radicals. Funcions periòdiques, períodes.

4. Càlcul diferencial. Derivada d'una funció en un punt com a taxa instantània de variació, interpretació geomètrica. Derivació i funcions constants, primer teorema fonamental. Propietats algebraïques de la derivada. Regla de la cadena. Derivació de la funció inversa. Extrems absoluts i relatius d'una funció. Teorema de Rolle. Teorema del Valor mitjà. Aplicacions al càlcul de zeros de funcions i a l'obtenció de desigualtats, regla de l'Hôpital. Derivació discreta.

5. Derivades d'ordre superior. Derivada d'ordre n d'una funció en un punt. Ordre de contacte entre funcions. Polinomi de Taylor. Propietats. Polinomis de Taylor de funcions elementals. La fórmula de Taylor com a aproximació local. Convexitat de funcions. Convexitat i continuïtat. Estudi local d'una funció.

6. Integral de Riemann Quins problemes volem resoldre. Sumes superiors i inferiors de funcions acotades. Funcions integrables. Integral. La integral com un procés de sumació per pas al límit. Criteri d'integrabilitat. Integrabilitat de les funcions monòtones i de les funcions contínues. El Teorema Fonamental del Càlcul. Existència de primitiva d'una funció contínua. Càlcul d'integrals mitjançant càlcul de primitives, el Teorema del canvi de variable, la fórmula d'integració per parts. Aplicacions al càlcul d'àrees, longitud de gràfiques i volums de revolució. Densitats, masses i centres de gravetat de distribucions unidimensionals.



7.- Metodologia docent i activitats formatives

L'assignatura disposa, al llarg del primer quadrimestre (que per aquesta assignatura comença el 25 d'octubre de 2010) de tres hores de classe de teoria (un únic grup, dilluns, dimarts i dijous de 9 a 10) i dues hores de classe de problemes (dos grups, grups 1 dilluns de 11 a 13 i grup 2 dimarts de 11 a 13) cada setmana. A més, els seminaris (quatre grups, A,B,C,D, una sessió de dues hores cada dues setmanes en terme mig) es destinaran al treball en grup tutoritzat. Durant el segon quadrimestre hi haurà dues hores de teoria per setmana i una sessió de problemes de dues hores a setmanes alternades; els seminaris seguiran el ritme d'una sessió de dues hores cada dues setmanes. Els horaris i aules hauran de consultar-se al web de la secció (<http://mat.uab.cat/seccio>). Està oberta una plana d'aquesta assignatura al Campus Virtual (CV) de la universitat per tal de subministrar tot el material i tota la informació relativa a aquesta assignatura que li calgui a l'estudiant, en particular les hores de tutoria dels professors.

Classes de teoria. El professor anirà desenvolupant els temes del programa en l'ordre indicat. Al CV hi haurà també a disposició dels alumnes un material de suport a l'estudi de la teoria. És molt convenient que l'estudiant hagi treballat personalment, utilitzant aquest material i/o els llibres de text que més avall s'indiquen abans d'anar a classe. El professor tot sovint deixarà a càrrec de l'alumne completar les demostracions d'alguns resultats, feina que s'haurà de fer individualment amb l'ajut dels llibres de text i utilitzant les hores de tutoria. Es molt recomanable portar al dia una llibreta dels apunts preses a classe.

Classes de problemes. Es distribuïran tres llistes de problemes cada quadrimestre, disponibles al CV. Aquests són els que es treballaran a classe de problemes, però és bàsic que l'estudiant els pensi abans pel seu compte. A la classe de problemes els professors també resoldran completament alguns dels problemes de les llistes a la pissarra, però no tots. Alguns dels problemes de les llistes portaran l'indicatiu * que n'indica un grau de dificultat més elevat. Altres portaran l'indicatiu **, el signicat del qual s'explica a la secció "Avaluacio". Les solucions als problemes de les llistes es penjaran al CV per ajudar a la preparació dels exàmens.

Els seminaris, com s'ha dit anteriorment, són activitats de treball en grup sota la supervisió d'un professor tutor. Cada grup farà una sessió de dues hores cada dues setmanes, en terme mig. Cada sessió seguirà un guió que s'haurà posat al CV prèviament i que es distribuirà també a la classe. A la part final de cada sessió cada alumne haurà d'intentar fer, individualment, un petit exercici, que lliurarà signat al professor. Alguns dels seminaris consistiran en utilitzar MAPLE per a aspectes específics de l'assignatura.

TIPUS D'ACTIVITAT	ACTIVITAT	HORES	RESULTATS D'APRENTATGE
-------------------	-----------	-------	------------------------

Dirigides

Classes de Teoria	54	C1, C4, C5, C6, C11
Classes de Problemes	26	C1, C4, C5, C6, C11
Seminaris	28	C1, C4, C5, C6, C9, C11

Supervisades

Autònomes



Estudi de la matèria	55	C1, C4, C5, C6, C11
Resolució de problemes	85	C1, C4, C5, C6, C11
Preparació dels seminaris	21	C1, C4, C5, C6, C11
Presentació de problemes	8	CE1, CE11
Preparació d'entrevistes	4	CE1, CE11

8.- Avaluació

Un 25% de la nota correspon a l'avaluació continuada. Aquesta nota s'obtindrà a partir de l'entrega i correcció de problemes, i de la participació en els seminaris.

L'altre 75% per cent de la nota correspon als exàmens per escrit, dos per quadrimestre.

Es considerarà que un alumne/a s'ha presentat a l'assignatura, i per tant té una nota final, si fa un cinquanta per cent de l'avaluació continuada i dels exàmens semestrals o fa l'examen final.

ACTIVITATS D'AVALUACIÓ

HORES

RESULTATS D'APRENTATGE

Realització de 4 entrevistes personalitzades de problemes	2 hores	C1, C4, C5, C6, C11
Realització de 10 proves als seminaris	3h 20m	C1, C4, C5, C6, C11
Dos tests de teoria intermedis	2 hores	C1, C4, C5, C6, C11
Dos examens finals de quadrimestre	8 hores	C1, C4, C5, C6, C11
Examen final	4 hores	C1, C4, C5, C6, C11
Revisió dels exàmens de teoria	2 hores	C1, C4, C5, C6, C11

9- Bibliografia i enllaços web

M. Spivak. *Calculus. Càlcul infinitesimal*. Ed. Reverté, Barcelona, 1995.

D. Pestana i altres. *Curso práctico de Cálculo y precálculo*. Ariel Ciencia, Barcelona, 2000.

C. Cascante y J. Casasayas. *Problemas de Análisis Matemático de una variable real*. EDUNSA.

J.M. Ortega. *Introducció a l'Anàlisi Matemàtica*. Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, no. 4, Bellaterra, 1990.

C. Perelló. *Càlcul infinitesimal, amb mètodes numèrics i aplicacions*. Biblioteca Universitària, Enciclopèdia Catalana, Barcelona, 1994.

F. Galindo i altres. *Guía práctica de Cálculo infinitesimal en una variable real*. Ed. Thomson, Madrid, 2003.



10.- Programació de l'assignatura

Els lliuraments en els quals es basa l'avaluació continuada de l'assignatura s'organitzen com segueix

1. Les llistes de problemes tindran identificats amb ** una sèrie de problemes. L'alumne haurà de seleccionar-ne dos entre aquests i entregar-ne la resolució el 2 de Desembre per al primer lliurament i el 14 de Gener per al segon lliurament. Durant el segon quadrimestre es procedirà anàlogament. Els lliuraments es faran en sobre tancat adreçat al corrector corresponent en una bústia habilitada per la Secció de Matemàtiques. La distribució dels correctors s'anunciarà al CV. Aquests exercicis seran corregits, retornats i comentats a l'alumne en entrevistes personals, l'organització de les quals s'anunciarà també al CV. Aquests lliuraments donen lloc a dos qualificacions de problemes per quadrimestre.
2. En els darrers 20' de cada sessió de seminari l'alumne haurà d'intentar resoldre, individualment, un exercici relacionat amb la temàtica treballada, que serà lliurat signat al professor responsable. Aquests lliuraments donen lloc a una qualificació de seminari, sempre que es participi almenys en el 75% de les sessions.
3. La nota c d'avaluació continuada no recuperable és, cada quadrimestre, la mitjana de les dues qualificacions de problemes i de la de seminari.

A mig quadrimestre es farà una test a la classe de teoria d'una hora de durada. El primer quadrimestre el test es celebrarà el 9 de Desembre.

Aquest test serà comentat amb el professor de teoria a les hores de tutoria segons un quadre organitzatiu anunciat al CV. Anomenem t_1 la nota, sobre 10, del test del primer quadrimestre i t_2 la nota del test del segon quadrimestre. Al final de cada semestre es farà un examen parcial sobre la matèria d'aquell semestre (detalls al web de la secció). Sigui p_1 la nota, sobre 10 del primer parcial, i sigui p_2 la nota, sobre 10, del segon parcial. Aquests exàmens podran ser revisats individualment amb el professor de teoria.

Així a cada quadrimestre s'obtindrà una nota d'exàmens e_i , on

$$e_i = \text{Max} (p_i; 0.2 \cdot t_i + 0.8 \cdot p_i) \text{ on } i = 1; 2.$$

La nota per parcials de l'assignatura serà $N_1 = 0.25 \cdot c + 0.35 \cdot e_1 + 0.4 \cdot e_2$:

Si N_1 és més gran o igual que 5, llavors l'alumne pot triar entre dues opcions:

- (a) Que N_1 sigui la seva nota de l'assignatura.
- (b) Presentar-se a l'examen final per millorar aquesta nota. En aquest cas l'alumne obtindrà com a mínim la nota N_1 .

Si $N_1 < 5$, l'alumne podrà encara presentar-se a un examen final de tota l'assignatura. Diguem j a la nota d'aquest examen i posem $N = 0,25c + 0,75j$

La nota final de l'assignatura és: $\text{Max} (N_1; N)$



ACTIVITATS D'APRENTATGE

DATA/ES	ACTIVITAT	LLOC	MATERIAL	RESULTATS D'APRENTATGE
Seminaris bisetmanals	Treball en grup i avaluació individual	Aules específiques	Paper i llapis. Algunes sessions ho seran de pràctiques d'ordinador	C1, C4, C5, C6, C11
Test teoria	Lliurament per escrit i avaluació personalitzada	Aula i despatx del professor responsable	Paper i llapis	C1, C4, C5, C6, C11

LLIURAMENTS

DATA/ES	LLIURAMENT	LLOC	MATERIAL	RESULTATS D'APRENTATGE
2 Desembre	Dos exercicis a triar d'una llista	Bústia del departament	Paper i llapis	C1, C4, C5, C6, C11
14 de Gener	idem	idem	idem	C1, C4, C5, C6, C11
A determinar	idem	idem	idem	C1, C4, C5, C6, C11
A determinar	idem	idem	idem	C1, C4, C5, C6, C11