

Guia docent de l'assignatura de Mètodes Numèrics

Grau i Llicenciatura en matemàtiques UAB, 2010–2011

1 Identificació de l'assignatura

100097 – Mètodes Numèrics (Grau en Matemàtiques)

27993 – Mètodes Numèrics (Llicenciatura en Matemàtiques)

2 Objectius de l'assignatura

La ciència i la tecnologia es recolzen en models matemàtics de fenòmens reals, desenvolupats amb finalitats predictives. Un mínim de realisme dóna lloc a models difícilment resolubles de forma totalment analítica. Una de les maneres d'estudiar-los és mitjançant el càlcul de solucions aproximades. L'estudi de tècniques (mètodes numèrics) per a l'obtenció d'aquestes aproximacions és l'objectiu de l'anàlisi numèrica, de la qual aquesta assignatura n'és una introducció. Els mètodes numèrics precisen d'un esforç de càlcul depenent de la complexitat del model i la precisió desitjada. D'acord amb els estàndards d'avui en dia, aquest esforç de càlcul fa indispensable l'ús d'ordinadors.

L'objectiu de l'assignatura es doble. Per una banda té un aspecte formatiu purament matemàtic que comparteix amb les altres assignatures del grau. A més vol preparar els estudiants per resoldre els problemes de tipus numèric que pugin trobar a la seva pràctica professional. Això implica tant el coneixement precís dels diversos mètodes i la seva idoneïtat en diverses situacions com la destresa en la seva aplicació a la resolució de problemes concrets amb l'ajuda d'un ordinador.

3 Continguts

1.– Errors.

Representació de números reals. Aritmètica de punt flotant i fórmula de propagació d'errors. Algorismes estables i inestables. Problemes ben i mal condicionats. (2 SETMANES)

2.– Zeros de funcions.

Mètodes de la bisecció, de Newton i de la secant. Mètodes de punt fix. Ordre de convergència i eficiència. Mètodes de Newton i de Txebishev. Acceleració de la convergència. Localització d'arrels de polinomis: Regla de Descartes, mètode d'Sturm, arrels complexes. (4 SETMANES)

3.– Interpolació polinòmica.

Existència i unicitat del polinomi interpolador de Lagrange. Càlcul: polinomis bàsics de Lagrange, algorisme de Neville, diferències dividides de Newton. Interpolació d'Hermite generalitzada. Interpolació per splines. (3 SETMANES)

4.– Diferenciació i integració numèrica.

Derivació numèrica. Extrapolació de Richardson. Fórmules d'integració interpolació, fórmules tancades de Newton–Côtes, regles compostes. Mètode de Romberg. (3 SETMANES)

5.– Sistemes lineals.

Sistemes triangulars. Mètode de Gauss. Estratègies de pivotatge. Factorització LU . Càlcul de determinants i inverses de matrius. Sistemes mal condicionats. Mètodes iteratius clàssics. Mètode de la potència. (2 SETMANES)

4 Destreses a adquirir

Destreses transversals:

- Adquirir destresa en la programació per tal d'implementar amb eficiència els mètodes numèrics vistos al llarg del curs.
- Adquirir destresa en el maneig del software bàsic per la simulació numèrica i la representació de resultats.
- Expressar-se amb claredat i rigor en l'enunciat i demostració de teoremes, especificacions algorísmiques, resolució d'exercicis i documentació de pràctiques.

Destreses específiques:

- Fitar els errors de representació en punt flotant, els errors d'arrodoniment i la seva propagació. Reformular expressions per tal de reduir l'amplificació de l'error. Detectar i corregir algorismes numèricament inestables.
- Emprar els mètodes de la bisecció, Newton–Raphson, secant d'iteració simple per trobar zeros de funcions. Determinar intervals de convergència per als mètodes de Newton i iteracions simples. Estimar el nombre iterats necessaris i emprar criteris d'aturada per assegurar una precisió prefixada. Determinar l'ordre de convergència d'una iteració simple. Separar les arrels de polinomis mitjançant successions de Sturm.
- Conèixer els tipus bàsics d'interpolació polinomial en una variable: Lagrange, Taylor, Hermite i Hermite generalitzada. Fitar l'error d'interpolació en cadascun d'ells. Conèixer i aplicar els mètodes bàsics d'interpolació polinomial: polinomis bàsics de Lagrange, Neville, diferències dividides de Newton generalitzades. Calcular splines cúbics.
- Deducir fórmules de derivació numèrica i el corresponent error. Conèixer i aplicar les més habituals. Trobar el pas òptim de derivació numèrica per tal de minimitzar l'error total (truncament + arrodoniment). Conèixer el procediment d'extrapolació repetida de Richardson. Aplicar-lo a la derivació numèrica. Deducir les fórmules d'integració interpolatòria i les corresponents regles compostes. Aplicar-les i fitar l'error corresponent. Conèixer i aplicar el mètode de Romberg.

- Conèixer el mètode de Gauss i les estratègies de pivotatge associades. Establir l'equivalència amb la descomposició LU , i entre estratègies de pivotatge i matrius de permutació. Aplicar la metodologia anterior al càlcul de determinants i inverses de matrius. Entendre el concepte de sistema lineal mal condicionat. Saber resoldre sistemes lineals usant mètodes iteratius. Calcular el valor propi dominant d'una matriu.

5 Requisits previs

Com a coneixements previs, es pressuposen: els resultats fonamentals de continuïtat, derivabilitat i integrabilitat de funcions reals en una i diverses variables, fonaments d'àlgebra lineal i càlcul matricial, nocions bàsiques sobre algorismes i el llenguatge de programació C. Aquests coneixements són contingut de les assignatures *Àlgebra lineal*, *Funcions de variable real*, *Eines informàtiques per a les matemàtiques*, de primer curs, i de l'assignatura *Càlcul en diverses variables*, del primer semestre de segon curs.

6 Metodologia de l'ensenyament

Aquesta assignatura té tres hores setmanals de teoria, dues hores setmanal de problemes i dues hores setmanals de pràctiques.

A les classes teòriques, s'introduiran els diversos mètodes i se n'estudiaran les propietats, amb especial èmfasi en la fitació d'errors. La comprensió d'aquests aspectes dóna la base per a poder resoldre problemes i dur a terme les pràctiques.

Les classes de problemes consistiran en la resolució de problemes a la pissarra amb participació activa dels estudiants. A més es proposaran quatre grups de problemes per a resoldre en grups de dues persones. Aquests problemes s'entregaran escrits i dues de les quatre entregues s'hauran d'explicar també el professor de problemes en entrevistes que es fixaran durant el curs. Es valorarà tant la presentació escrita com la oral.

Dates de les entregues escrites (a les respectives classes de problemes): di lluns: 7-Març, 4-Abril, 9-Maig i 30-Maig.

Es proposaran tres pràctiques durant el curs. Cada pràctica contindrà un guió, d'acord amb el qual s'haurà d'entregar un informe, que serà la base per la puntuació de la pràctica, juntament amb el codi elaborat en C. Oportunament s'anirà anunciant el termini d'entrega de cada pràctica. Les sessions pràctiques tindran lloc a una aula d'informàtica de la facultat, i es dedicaran a la resolució de dubtes relacionats amb la realització de cada pràctica. No s'espera que els alumnes acabin les pràctiques durant les sessions pràctiques, sinó que hi hauran de dedicar temps d'estudi personal.

7 Avaluació

Hi haurà quatre notes per a avaluar el curs:

- Examen final (EF). Es farà un dia reservat a tal efecte per la Facultat i tindrà una durada d'unes 4 hores. L'examen final EF serà de tota l'assignatura i s'hauran de resoldre problemes similars als treballats durant les classes de problemes i algunes qüestions teòriques. (Sobre 10 punts).

Remarquem que **és requisit indispensable per superar l'assignatura** que la qualificació de l'examen final sigui igual o superior a 4.

- Examen parcial (*EP*). Es farà el divendres 15 d'abril a l'hora de classe de teoria i durarà unes dues hores. S'hauran de resoldre problemes similars als treballats durant les classes de problemes i algunes qüestions teòriques. La matèria serà l'explicada fins la setmana anterior. (Sobre 10 punts).
- Nota de problemes (*Prob*). Serà la nota obtinguda a partir dels quatre problemes entregats pels alumnes. (Sobre 10 punts).

Remarquem que **és requisit indispensable per superar l'assignatura** que la qualificació de problemes sigui igual o superior a 5.

- Nota de pràctiques (*Prac*). Les tres pràctiques s'hauran de lliurar al llarg del curs, amb terminis que s'anunciaran oportunament. Hi haurà una pràctica addicional (“pràctica flotant”) d'entrega opcional, amb termini fins al 30 de juny (inclòs), que podrà substituir la pràctica lliurada de pitjor qualificació, cas que així millori la nota final. (Sobre 10 punts).

Remarquem que **no hi haurà examen de recuperació de pràctiques**, i **és requisit indispensable per superar l'assignatura** que la qualificació de pràctiques sigui igual o superior a 4.

La qualificació final de juny (*QFJ*) s'obté mitjançant la fórmula, sempre i quan $EF \geq 4$, $Prob \geq 5$ i $Prac \geq 4$,

$$QFJ := \frac{60 \left[EF + \left(1 - \frac{EF}{10}\right) EP \right] + 15Prob + 25Prac}{100} + X,$$

on X es un valor entre 0 i 1 que s'obté participant en altres activitats voluntàries que s'aniran plantejant durant el curs.

Els estudiants que obtinguin $EF \geq 4$, $Prob \geq 5$, $Prac \geq 4$ i $QFJ \geq 5$ hauran superat l'assignatura.

Per als alumnes que no aprovin per qualificació de curs, hi haurà un examen de recuperació el mes de juliol, amb el mateix format que l'examen EF . A partir de la seva qualificació, sobre 10, diguem-li $EF2$, es recalcarà la qualificació de curs canviant EF per $EF2$.

El criteri per a poder obtenir la qualificació de “no presentat” en aquesta assignatura queda fixat com segueix: es consideraran presentats tots els estudiants que lliurin 2 pràctiques o es presentin a algun dels exàmens finals (EF) o ($EF2$).

8 Bibliografia

Les referències bàsiques del curs són:

- J.M. Mondelo: *Apunts de Mètodes Numèrics*, Curs 2008-09. Accessibles a través del Campus Virtual.
- A. Aubanell, A. Benseny, A. Delshams: *Eines bàsiques de càlcul numèric*, Manuals de la UAB 7, Publ. UAB, 1991.

- R. Burden, J.D. Faires: *Numerical analysis*, 6a ed., Brooks/Cole, 1997.
En castellà: *Análisis numérico*, 6a ed., International Thomson, 1998.

Altres referències aconsellades són:

- M. Grau, M. Noguera: *Càlcul numèric*, Edicions UPC, 1993.
- D. Kincaid, W. Cheney: *Numerical analysis*, 2a ed., Brooks/Cole, 1996.
En castellà: *Análisis numérico*, Addison–Wesley Iberoamericana, 1994.
- P. Henrici: *Elements of numerical analysis*, Wiley, 1964. En castellà:
Elementos de análisis numérico, Trillas, 1968.
- G. Dahlquist, Å Björk: *Numerical methods*, Prentice Hall, 1964.
- E. Isaacson, H.B. Keller: *Analysis of numerical methods*, Wiley, 1966.
- J. Stoer, R. Bulirsch: *Introduction to numerical analysis*, 2a ed., Springer, 1993.

Finalment, a més del material aconsellat al campus virtual, les dues referències següents són per la part de programació. La primera és el manual de referència del llenguatge C. La segona és un manual d'estil.

- B. Kernighan and D.M. Ritchie: *The C programming language*, 2a ed., Prentice–Hall 1998. En castellà: *El lenguaje de programación C*, Prentice–Hall Hispanoamericana, 1991.
- B.W. Kernighan, R. Pike: *The practice of programming*, Addison–Wesley 1999. En castellà: *La práctica de la programación*, Pearson Educación, 2000.

9 Professorat

Armengol Gasull (teoria), despatx C1/318, gasull@mat.uab.cat. Horari de consulta: dimarts de 10:00 a 11:00 i dijous de 9:00 a 10:00.

Magdalena Caubergh (problemes), despatx C1/-130, leen@mat.uab.cat

Joan Escalante (problemes), despatx CB/012, jescalante@mat.uab.cat

Josep Maria Mondelo (pràctiques), despatx C1/310, jmm@mat.uab.cat