

Grafs i Complexitat

Codi	Tipus	Curs/semestre	Crèdits ECTS
21295	• Optativa • Semestral	2n curs / 1er semestre	5

Professors

Nom	Despatx	Direcció e-mail	Telèfon
Jaume Gil	S/260	Jaume.Gil@uab.cat	937287757
Pere Guitart	S/260	Pere.Guitart@uab.cat	937287757

Coordinador/a: Pere Guitart

Objectius

Es poden resumir en quatre:

- Introduir un conjunt d'eines formals, basades en els grafs, per a la representació i l'anàlisi de problemes d'optimització.
- Estudiar algunes de les propietats bàsiques dels tipus principals de grafs per tal de poder-les aplicar a la resolució de problemes pràctics.
- Mostrar una alternativa algorísmica rigorosa a la resolució intuïtiva (i sovint errònia) de problemes tan senzills d'enunciar com difícils de resoldre.
- Introduir des d'un punt de vista aplicat a l'anàlisi algorísmica (complexitat d'un algorisme) i la teoria de la complexitat (problemes tractables, intractables, etc.).

Les habilitats que s'aniran desenvolupant al llarg de l'assignatura són:

- Aprendre les propietats dels grafs com a model.
- Representar problemes mitjançant grafs.
- Aplicar esquemes algorísmics seqüencials clàssics (de cerca i de recorregut) per a la resolució de problemes de grafs.
- Conèixer problemes clàssics de grafs i noves tècniques de resolució de problemes.
- Assumir l'existència de problemes de difícil resolució en la pràctica i analitzar les diverses alternatives per a obtenir solucions factibles per a problemes intractables.

Les competències generals de la titulació que es pretén desenvolupar en aquesta assignatura són les següents:

- Resolució de problemes.
- Comunicació oral i escrita.
- Comportament ètic.
- Constància en el treball.
- Capacitat d'anàlisi i de síntesi.
- Raonament crític.

Capacitats prèvies

Coneixements bàsics d'algorismes i de matemàtiques.

Continguts

(T: teoria, S: seminaris, PS: preparació de seminaris, L: laboratoris, PP: preparació pràctiques, E: estudi, AA: altres activitats)

1. Introducció i fonaments.	T	S	PS	L	PP	E	AA	Total
	9	3	9			6	6	33
1. Definicions bàsiques 2. Existència de grafs amb una seqüència de graus fixada: teorema dels graus i conseqüència; teorema de Havel i Hakimi 3. Tipus de grafs, subgrafs i propietats 4. Existència de grafs plans: fórmula d'Euler i conseqüències; caracterització de Kuratowski 5. Representació de grafs: matriu d'adjacència i llista d'adjacències Introduir el model de graf, conèixer els tipus de grafs més usats i algunes de les seves propietats.								

2. Connectivitat, arbres i camins	T	S	PS	L	PP	E	AA	Total
	7	3	9			6	6	31
1. Determinar si un graf és connex 2. Arbres generadors: seqüències de Prüfer 3. Trobar un arbre generador de cost mínim en un graf: mètodes de Kruskal i de Prim 4. Trobar el camí de cost mínim que uneix dos vèrtexs d'un graf: mètodes de Ford i de Dijkstra 5. Trobar tots els camins entre cada parell de vèrtexs: algorisme de Floyd. Algorismes bàsics de grafs que produeixen un arbre generador. Algorismes semblants per a resoldre problemes diversos. Anàlisi de la complexitat dels algorismes.								

3. Circuits eulerians i circuits hamiltonians	T	S	PS	L	PP	E	AA	Total
	7	3	9			6	6	31
1. Determinar si un graf és eulerià: teorema d'Euler 2. El problema del carter xinès 3. Determinar si un graf és hamiltonià: mètode de Robert i Flores 4. Introducció intuïtiva a la teoria de la complexitat: problemes tractables i intractables 5. El problema del viatjant: algorisme d'aproximació basat en l'aparellament perfecte òptim. Problemes tan semblants, però tan diferents: tractabilitat i intractabilitat.								

4. Coloració de vèrtexs	T	S	PS	L	PP	E	AA	Total
	9	2	6			6	6	29
1. Independència, cobertura i coloració 2. Fites per al nombre cromàtic dels vèrtexs 3. De quantes maneres podem pintar un graf si disposem de k colors : el polinomi cromàtic 4. Coloració dels grafs plans: tot mapa és 4-colorable. Un altre problema intractable. La demostració més famosa de la teoria de grafs.								

Metodologia docent

Les **classes de teoria** s'introdueixen els continguts teòrics bàsics del tema i donen indicacions sobre com treballar-lo. Moltes sessions estan orientades a la resolució de problemes: es considera un problema aplicat com a punt de partida i, mitjançant la seva resolució, es va desenvolupant la teoria relacionada relacionada amb aquest. *Els estudiants han de prendre una actitud activa en aquestes sessions, aprofitant les pauses programades per a deduir ells mateixos la solució a voltes intuïtiva d'alguns problemes, assimilant així els coneixements.*

Cada setmana es dedicarà una part d'alguna de les classes a la resolució de problemes o a la introducció d'altres temes relacionats que complementen els coneixements sobre aquest tema. Finalment, es proposen exercicis que els estudiants hauran de resoldre i es donen indicacions per a fer-los.

Deixant de banda alguns exercicis mecànics i els casos en què s'especifiqui el contrari, *els estudiants han de plantejar, discutir, resoldre i argumentar convenientment la solució als exercicis proposats de manera autònoma, basant-se bàsicament en la teoria i les indicacions que s'han donat.* L'objectiu és que es dedueixi una solució, no que es localitzi i treballi per tal d'aprendre-la o memoritzar-la (especialment si es troba a internet). És per això que es valorarà més una solució ben argumentada, potser no del tot correcta, que una solució correcta poc argumentada o difícilment justificable.

Els **seminaris** estan dedicats a la resolució d'exercicis i problemes. Per a cadascun dels temes es publicarà una llista d'exercicis que haureu de resoldre i lliurar en grups reduïts. Al final de cada tema es dedicarà una hora de seminari a fer una prova escrita individual per a resoldre problemes iguals o molt semblants als que heu hagut de lliurar. Tant el lliurament, com les proves, formen part de l'avaluació de l'assignatura.

Al final d'aquest document hi ha l'agenda amb les sessions programades per aquest curs. D'altra banda, tota la informació de l'assignatura es publicarà al *Campus Virtual*.

Aquest és el *recorregut típic* d'una setmana lectiva completa, sense avaluació, d'un estudiant:

Classe teòrica (3 hores presencials), estudi dels continguts teòrics (2 hores) i preparació del seminari (3 hores), seminari (1 hora presencial).

Avaluació

L'avaluació té en compte quatre **proves d'avaluació** (60%) i la **resolució d'exercicis** (40%).

- **Proves d'avaluació:** n'hi ha dues, una després de dos temes. Cada prova representa 3 punts de la nota final. **En el càlcul de la nota final, no es tindran en compte les notes d'aquelles proves amb nota inferior a 1 sobre 3.** En aquest cas, la nota de la prova serà 0. Constarà com a **no presentat** l'estudiant que no es presenti a cap prova d'avaluació. Els estudiants que no aprovin en primera convocatòria podran recuperar en **segona convocatòria** les proves que no hagin aprovat en la primera.
- **Resolució d'exercicis.** La nota corresponent a la resolució d'exercicis representa el 40% de la nota final. Es valorarà el treball en grup (20%, 5% de cada tema) i una prova individual (20%, 5% de cada tema) . **La nota de grup serà la mateixa per a tots els membres que del grup que hagin tingut un mínim de 8 sobre 20 en les proves individuals. Si un estudiant ha obtingut menys de 8 punts sobre 20 en la nota individual, tindrà 0 punts de la nota de grup.**

Avaluació continuada	Examen final	2ª convocatòria
☐ NO	☒ No n'hi ha	☒ Només es poden recuperar les proves d'avaluació no fetes o amb nota inferior a 5. La resta de notes es mantenen de la primera convocatòria. Constarà com a no presentat l'estudiant que no es presenti a cap prova de recuperació.
☒ SI En què consisteix? Dues proves d'avaluació (60%), resolució de problemes (20% nota de grup, 20% nota individual). Els estudiants que per motius laborals no puguin assistir regularment a classe han de comunicar-ho a l'inici de curs. Hauran de lliurar els exercicis en les dates establertes i concertar hora amb el professor per a fer les proves individuals. En cap altre cas es faran proves dels exercicis fora dels horaris establerts. Es considera No Presentat l'estudiant que no hagi realitzat cap prova d'avaluació.		☐ Només per als alumnes que satisfacin els requisits següents:

Bibliografia bàsica

- BASART, J.M. (1998) [1994]. *Grafs: fonaments i algorismes*. Manuals de la UAB, 13. Publicacions de la UAB. ISBN 84-490-1420-4.
- COMELLAS, F. (1996). *Matemàtica discreta*. Politext 26, Edicions UPC. ISBN 84-8301-062-3.
- GIBBONS, A. (1985). *Algorithmic Graph Theory*. Cambridge University Press. ISBN 0-521-24659-8.
- GIMBERT, J. *et al.* (1998). *Apropament a la teoria de grafs i als seus algorismes*. Edicions de la Universitat de Lleida, Eines, 23. ISBN 84-89727-65-1.
- GRIMALDI, R.P. (1989). *Matemáticas discreta y combinatoria*. Addison-Wesley Iberoamericana. ISBN 0-201-64406-1.
- GARCÍA M., F. *et al.* *Problemas resueltos de matemática discreta*. Thomson. ISBN 84-9732-210-X.

Bibliografia complementària

- BERGE, C. (1991). *Graphs*. North-Holland. ISBN 0-444-87603-0.
- McHUGH, J.A. (1990). *Algorithmic Graph Theory*. Prentice-Hall International. ISBN 0-13-019092-6.
- WILSON, R.J. (1990). *Introduction to Graph Theory*. Longman Scientific & Technical. ISBN 0-582-44685-6.

Enllaços web

Simulacions:

- [JavaGraph](#)
Applet que simula diversos algorismes de grafs.
- [Algorisme de Dijkstra](#)
Una simulació de l'algorisme de Dijkstra.

Adreces:

- [Graph Theory Lessons](#)
Lliçons de grafs per l'autor del programa *Petersen*.
- [Graph Theory Tutorials](#)
Tutorials interactius introductoris a la teoria de grafs.
- [Graph Theory](#)
Edició electrònica del llibre *Graph Theory* de Reinhard Diestel.
- [Graphviz - open source graph drawing software](#)
Projecte internacional de representació de grafs.

• Calendari previst

Cas que es produeixi alguna modificació del calendari es farà pública al Campus Virtual

			dijous (teoria 2 hores)	divendres (teoria/sem.)
1		14/02/2011	Tema 1	Tema 1/ Tema 1
2		21/02/2011	Tema 1	Tema 1/ Tema 1
3		28/02/2011	Tema 1	Tema 1/ Tema 1
4		07/03/2011	Prova Exercicis Tema 1	Tema 2/Tema 2
5		14/03/2011	Tema 2	Tema 2/Tema 2
6		21/03/2011	Tema 2	Tema 2/Tema 2
7		28/03/2011	Prova Exercicis Tema 2	Tema 3/Tema 3
8		04/04/2011	Tema 3	Tema 3/Tema 3
9		11/04/2011	Tema 3	Tema 3/Tema 3
		18/04/2011		
	dilluns	25/04/2011	Prova exercicis Tema 3	Prova Temes 1 i 2
10		02/05/2011	Tema 4	Tema 4/Tema 4
11	dilluns	09/05/2011	Tema 4	Tema 4/Tema 4
12		16/05/2011	Tema 4	Prova exercicis Tema 4
13		23/05/2011		Prova Temes 3 i 4
		30/05/2011		
	exàmens	06/06/2011		
	exàmens	Dimarts 14/06	Proves segona convocatòria	