

Guia docent de l'assignatura "Àlgebra lineal"

2011/2012

Codi: 100088

Crèdits ECTS: 12

Titulació	Pla	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	777 Graduat en Matemàtiques	FB	1	A

Contacte

Nom : Ferran Cedó Giné

Email : Ferran.Cedo@uab.cat

Utilització d'idiomes

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Algunes grup íntegre en anglès: No

Algunes grup íntegre en català: Sí

Algunes grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Encara que el curs serà força autocontingut es requerirà que l'alumne conegui la resolució de sistemes d'equacions lineals i l'aritmètica bàsica de números i de polinomis, i que tingui destresa de càlcul amb expressions algebraïques simbòliques.

El requisit més important, però, és una gran curiositat per entendre profundament els temes que s'estudiaran.

Objectius i contextualització

Els objectius d'aquesta assignatura són de dos tipus: assolir formació Matemàtica bàsica i assolir coneixements i destreses propis de l'Àlgebra lineal.

Entre els objectius de caire formatiu destaquem els següents: entendre i utilitzar correctament el llenguatge matemàtic, veure la necessitat de les demostracions i desenvolupar el sentit crític davant les afirmacions matemàtiques i, finalment, desenvolupar actituds combatives davant els problemes.

Per adquirir una bona formació matemàtica és essencial entendre a fons la teoria de l'Àlgebra lineal. Cal aprendre a manipular els conceptes que s'introdueixen al curs perquè s'usen no només en totes les branques de la Matemàtica sinó també en la major part de les ciències i les enginyeries.

Competències i resultats d'aprenentatge

1001:E01 - Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic

1001:E01.01 - Llegir i comprendre un text de matemàtiques del nivell del curs.

1001:E01.02 - Redactar de manera ordenada i amb precisió petits textos matemàtics (exercicis, resolució de qüestions de teoria,)

1001:E01.03 - Seguir i comprendre una explicació oral d'un tema de matemàtiques relacionat amb el curs.

1001:E01.04 - Saber explicar idees i conceptes matemàtics propis del curs, així com saber comunicar a tercers raonaments propis

1001:E04 - Calcular, reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat

1001:E04.01 - Resoldre i discutir sistemes d'equacions lineals. Calcular determinants i descomposicions de matrius.

1001:E04.02 - Treballar amb diferents bases d'espais vectorials de dimensió finita.

1001:E04.03 - Classificar matrius i aplicacions lineals segons diversos criteris (rang, formes diagonal i de Jordan).

1001:E04.04 - Calcular bases ortogonals i projeccions ortogonals.

1001:E05 - Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats

1001:E05.01 - Demostrar saber i aplicar els conceptes bàsics de l'àlgebra lineal, tal com apareixen als continguts de l'assignatura.

1001:E06 - Formular hipòtesis i imaginar estratègies per confirmar-les o refutar-les.

1001:E06.01 - Desenvolupar estratègies autònomes per la resolució de problemes com identificar el camp de problemes propis del curs, discriminar els problemes rutinaris dels no rutinaris, dissenyar una estratègia a priori per resoldre un problema, avaluar la estratègia i modificar-la si cal i traduir en el context d'un problema concret resultats teòrics que poden ser útils per resoldre'l.

1001:E06.02 - Contrastar, si és possible, l'ús del càlcul amb l'ús de l'abstracció per tal de resoldre un problema. Avaluar els avantatges i desavantatges dels dos mètodes.

Continguts

I. Sistemes d'equacions lineals (2ECTS)

- Conceptes bàsics i exemples.
- Matrius i operacions. Transformacions elementals.
- Resolució de sistemes d'equacions lineals. Mètode de Gauss.
- PAQ-reducció, rang d'una matriu.
- Teorema de Rouché-Frobenius.
- Determinants i les seves propietats.
- Sistemes d'equacions lineals des del punt de vista dels determinants.

II. Espais vectorials (3ECTS)

- Conceptes bàsics: cos i espai vectorial sobre un cos. Exemples.
- Subespai vectorial i exemples.
- Dependència i independència lineal.
- Bases i coordenades. Teorema de Steinitz. Teorema de la base. Dimensió.
- Suma i intersecció de subespais. Fórmula de Grassmann. Suma directa de subespais.
- Espai quocient.

III. Aplicacions lineals (3ECTS).

- Conceptes bàsics: aplicacions lineals. Exemples.
- Nucli i imatge d'una aplicació lineal. Injectivitat i exhaustivitat.
- Teoremes d'isomorfia.
- Matriu associada a una aplicació lineal. Composició d'aplicacions lineals i producte de matrius.
- Canvi de coordenades i canvi de base.
- L'espai vectorial $\text{Hom}_K(E, E')$. L'espai dual.

IV. Classificació d'endomorfismes (2ECTS).

- Vectors propis, valors propis. Polinomi característic d'un endomorfisme i d'una matriu.
- Diagonalització: matrius i endomorfismes diagonalitzables.
- Polinomi mínim d'un endomorfisme i d'una matriu. El Teorema de Cayley Hamilton.
- Subespais invariants per un endomorfisme. El primer teorema de descomposició.
- Matrius de Jordan. La forma canònica de Jordan per a matrius i endomorfismes.
- Caracterització de les matrius i dels endomorfismes que tenen forma canònica de Jordan.

V. Formes bilineals simètriques (2ECTS).

- Definicions i exemples de formes bilineals simètriques.
- Matriu associada a una forma bilineal. Canvi de base.
- Bases ortogonals respecte d'una forma bilineal simètrica.
- Descomposicions ortogonals. Projeccions ortogonals.
- Teorema de Sylvester.
- Productes escalars.
- El Teorema espectral.

En el curs es desenvolupen les tècniques per resoldre tres problemes que tenen en comú poder-se escriure en llenguatge matricial:

- Resoldre sistemes d'equacions lineals, tema que l'alumne ja coneix una mica de la secundària.
- Determinar fórmules tancades pels components de les potències d'una matriu quadrada.
- Determinar formes canòniques de formes bilineals simètriques sobre els reals.

Els sistemes d'equacions lineals es tracten en detall en la primera part del curs. Aquests i altres tècniques de càlcul matricial, que es desenvolupen en aquesta part, seran una eina fonamental al llarg del curs per atacar gairebé tots els problemes de càlcul que es plantejaran.

En la segona part del curs s'introdueixen els espais vectorials: l'estructura algebraica abstracta associada als tres problemes mencionats anteriorment. Veurem com el desenvolupament de la teoria dels espais vectorials ens permetrà *substituir llargs càlculs amb matrius per raonaments abstractes*.

Les aplicacions lineals, que s'estudien a la tercera part del curs, són les aplicacions entre els espais vectorials que conserven aquesta estructura. En prendre coordenades, veurem que aquestes aplicacions són *essencialment les que venen donades per fer producte per una matriu*. Això ens permet donar una nova visió dels sistemes d'equacions lineals.

Els temes de diagonalització i forma canònica de Jordan continguts a la quarta part són, sens dubte, els més importants del curs, i en ells s'utilitzen totes les eines desenvolupades fins aleshores.

Tots els objectes que s'introdueixen al llarg del curs tenen un profund significat geomètric. Això es fa encara més patent a l'última part on es parla d'un altre tipus d'aplicacions entre espais vectorials: les formes bilineals.

Metodologia

Aquesta assignatura té dues hores setmanals de teoria, una hora setmanal de problemes i 8 sessions de seminari, però, com en totes les assignatures de Matemàtiques, per arribar-ne a assolir un bon coneixement el més important és el treball i l'esforç personal de l'alumne, i amb aquesta idea s'ha dissenyat la metodologia de les assignatures de primer curs.

En les **classes de teoria** el professor exposarà i desenvoluparà el contingut del curs. Les classes de teoria són les que marquen el ritme del curs, la resta d'activitats estan coordinades al seu voltant.

El coneixement de les nocions introduïdes a teoria, els enunciats dels teoremes i les seves aplicacions són imprescindibles a l'hora de posar-se a atacar els problemes. Però també és bàsica la comprensió de les demostracions dels teoremes i proposicions per tal d'aprofundir en les nocions i de resoldre els problemes amb tècniques semblants. **Durant l'explicació del professor o en hores de tutoria els alumnes haurien de preguntar tots els dubtes que tinguin.**

Es parlarà especial atenció a l'ús del llenguatge i de la nomenclatura per tal d'orientar a l'alumne a l'ús del llenguatge matemàtic i fer-li notar els requeriments de precisió del llenguatge formal.

Es recomana a l'alumne fer ús de la bibliografia recomanada per tal de completar les explicacions de classe i veure aproximacions alternatives. Al llarg del curs s'aniran fent comentaris específics al respecte.

Setmanalment hi haurà una sessió d'una **hora de problemes**, on s'explicarà la resolució dels problemes de les llistes que s'aniran lliurant periòdicament. Els problemes estan basats en les classes de teoria i estan pensats per tal que l'alumne desenvolupi i apliqui els resultats i les idees desenvolupats a teoria: a vegades en

un marc abstracte i, a vegades, en exemples concrets. **És importantíssim que l'alumne s'hagi barallat a fons amb els problemes, i per tant, que prepari els exercicis abans d'anar a classe** per poder contrastar les seves idees amb les dels companys i amb les del professor.

Al llarg del curs, en un parell de sessions, els alumnes faran algun exercici, a la classe de problemes, de manera individual l'entregaran i s'els hi tornarà corregit amb tot detall. Els exercicis que es faran seran de caire mecànic però usant tècniques que són especialment importants per al curs.

Els **seminaris** completen i complementen tant les sessions de teoria com les de problemes. En cada sessió es proposarà una llista d'exercicis per resoldre que tractarà a fons alguna tècnica o idea del curs, o que farà experimentar a l'alumne amb alguna idea que s'hagi desenvolupat o que estarà a punt de desenvolupar-se a la teoria. En cada llista de seminari s'especificarà quins són els aspectes bàsics que es vol que l'alumne assolixi fent els problemes proposats.

A l'aula, en els seminaris, els alumnes treballaran en grups els problemes de la llista, preguntant al professor tantes vegades com els sigui necessari i es discutiran en comú les possibles estratègies per atacar el problema. Finalment el professor explicarà la resolució dels problemes més representatius de la llista.

En totes les activitats del curs és bàsica la participació dels estudiants però en el cas dels seminaris, a més, la classe s'estructurarà a partir de les seves aportacions. Com que per fer els exercicis s'haurà de conèixer una part de la teoria és important que l'alumne se l'hagi estudiat una mica abans de la sessió per tal que pugui aprofitar al màxim les sessions de seminari.

Durant el curs es proposaran exercicis per lliurar. Sobre els exercicis lliurats, es faran entrevistes a l'alumne per tal que ell comentí com a fet la resolució i pugui rebre orientació tant sobre la seva solució del problema com en la manera d'exposar-la per escrit. Cal que l'estudiant es quedi una còpia dels exercicis lliurats per poder preparar l'entrevista amb antelació i que pugui fer una bona exposició oral de la feina que ha fet.

Els problemes que es proposaran per lliurar tindran sempre aspectes creatius, i es suggerirà que per solucionar alguns apartats més mecànics i calculístics es faci ús d'un manipulador algebraic.

Al llarg del curs, es proposaran dos lliuraments per semestre amb la seva corresponent entrevista.

A banda de tot això els alumnes disposen d'unes **hores de tutoria** als despatxos dels professors de teoria, de problemes i de seminaris, on podran consultar dubtes i demanar ajuda en el seu treball.

A més, l'assignatura disposa d'una pàgina al "campus virtual" on s'hi aniran penjant les llistes d'exercicis, tant de problemes com de seminaris, material extra i tota la informació referent a l'assignatura.

Activitats formatives

Activitat	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	28	1.12	1001:E01.01 , 1001:E06.02 , 1001:E04.04 , 1001:E01.03 , 1001:E01.04 , 1001:E04.01 , 1001:E04.03 , 1001:E04.02 , 1001:E01.02
Classes de teoria	54	2.16	1001:E01.01 , 1001:E01.03 , 1001:E01.04 , 1001:E04.02 , 1001:E04.04 , 1001:E04.03 , 1001:E04.01
Seminaris	16	0.64	1001:E01.01 , 1001:E01.03 , 1001:E04.01 , 1001:E04.03 , 1001:E05.01 , 1001:E06.02 , 1001:E06.01 , 1001:E04.04 , 1001:E04.02 , 1001:E01.04 , 1001:E01.02
Tipus: Autònomes			
Estudi de la teoria	56	2.24	1001:E01.01 , 1001:E04.01 , 1001:E04.02 , 1001:E04.04 , 1001:E04.03

Preparació de les entrevistes	4	0.16	1001:E01.04 , 1001:E05.01
Preparació de ls presentació dels problemes per lliurar	8	0.32	1001:E01.02 , 1001:E01.04
Resolució de problemes	116	4.64	1001:E01.01 , 1001:E04.01 , 1001:E04.03 , 1001:E06.01 , 1001:E05.01 , 1001:E04.04 , 1001:E04.02 , 1001:E01.04 , 1001:E01.02

Avaluació

L'assignatura té una única convocatòria que es tanca al Juliol.

Un 30% de la nota correspon **l'avaluació continuada**. Aquesta nota s'obté a partir de l'entrega i correcció de problemes i de les entrevistes.

L'altre 70% de la nota correspon als **exàmens**.

Cada semestre es realitzarà:

1. A mig semestre es farà *una prova curta* a la classe de teoria d'una hora de durada. El contingut d'aquestes proves serà, en gran part, teòric.
2. Al final de cada semestre es farà un *examen parcial* sobre la matèria d'aquell semestre i en els que, principalment, es demanarà a l'alumne que resolgui exercicis

Després del segon parcial es farà un examen final de tota l'assignatura on es podrà recuperar o millorar la part de l'avaluació corresponent als exàmens. Així, aquest examen valdrà el 70% de la nota i l'altre 30% serà el corresponent a l'avaluació continuada (que no es pot recuperar).

Es considerarà que un alumne/a s'ha presentat a l'assignatura, i per tant té una nota final, si fa com a mínim un cinquanta per cent de l'avaluació continuada i dels exàmens semestrals o si fa l'examen final.

Activitats d'avaluació

Activitat	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Dos exàmens parcials	0,6	8	0.32	1001:E01.01 , 1001:E01.02 , 1001:E04.01 , 1001:E04.02 , 1001:E01.04 , 1001:E04.03 , 1001:E05.01 , 1001:E06.02 , 1001:E06.01 , 1001:E04.04
Dues proves de teoria	0,10	2	0.08	1001:E01.01 , 1001:E01.02 , 1001:E01.04
Examen final	0,70	4	0.16	1001:E01.01 , 1001:E01.02 , 1001:E01.04 , 1001:E04.02 , 1001:E04.04 , 1001:E06.01 , 1001:E06.02 , 1001:E05.01 , 1001:E04.03 , 1001:E04.01
Problemes realitzats individualment a dues classes de problemes	0,10	2	0.08	1001:E01.01 , 1001:E04.01 , 1001:E04.03 , 1001:E06.02 , 1001:E06.01 , 1001:E05.01 , 1001:E04.04 , 1001:E04.02 , 1001:E01.04 , 1001:E01.02
Realització de 4 entrevistes	0,2	2	0.08	1001:E01.01 , 1001:E01.02 , 1001:E01.03 , 1001:E04.01 , 1001:E04.03 , 1001:E06.01 , 1001:E06.02 , 1001:E05.01 , 1001:E04.02 , 1001:E01.04

Bibliografia

Bibliografia bàsica:

F. Cedó i A. Reventós. *Geometria plana i àlgebra lineal*. Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, Bellaterra, 2004.

Bibliografia addicional:

F. Cedó i D. Herbera. *Àlgebra lineal i geometria per a físics*. Notes que es deixaran al Campus Virtual.

M. Castellet i I. Llerena. *Àlgebra lineal i geometria*. Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, no.1, Bellaterra, 1988 (versió castellana per Ed. Reverté, Barcelona, 1991).

A. Kostrikin and Y. Manin. *Linear algebra and Geometry*. Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam 1989. (Segona edició: 1997.)

L. Merino i E. Santos. *Álgebra lineal con métodos elementales*. Ed. Thomson, Madrid, 2006.

F. Puerta. *Álgebra lineal*. UPC, Barcelona, 1986.

Llibres de problemes:

F. Cedó i V. Gisin. *Àlgebra bàsica*. Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, Bellaterra, 1997.

J. García Lapresta, M. Panero, J. Martínez, J. Rincón y C. Palmero. *Test de Álgebra lineal*. Ed. AC, Madrid, 1992.

J. Rojo e I. Martín. *Ejercicios y problemas de Álgebra lineal*. Mc. Graw-Hill, Madrid, 1994.