

Guia docent de l'assignatura "Estructures algebraïques"**2011/2012**

Codi: 100096

Crèdits ECTS: 9

Titulació	Pla	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	777 Graduat en Matemàtiques	OB	2	2

Contacte

Nom : Dolores Herbera Espinal

Email : Dolores.Herbera@uab.cat

Utilització d'idiomes

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Algun grup íntegre en anglès: No

Algun grup íntegre en català: Sí

Algun grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Els requisits acadèmics previs els trobarem en les assignatures Fonaments de les Matemàtiques i Àlgebra Lineal, de primer curs. L'habilitat adquirida en les manipulacions algebraïques, i la familiaritat amb les operacions en contextos aritmètics o de grups de permutacions, es continuaran desenvolupant, tot passant a un nivell d'abstracció més elevat, d'altra banda molt comú en Matemàtiques.

Objectius i contextualització

L'objectiu principal d'aquesta assignatura és donar una introducció a les estructures algebraïques bàsiques: grups, anells commutatius i cossos. Farem èmfasi a conèixer diverses classes d'anells commutatius; n'estudiarem exemples no trivials, així com procediments per fabricar-ne de nous. Les classes d'anells que estudiarem apareixen de manera natural en considerar la teoria de divisibilitat. A la part final del curs s'introdueix l'estudi dels cossos i les seves extensions, centrant-nos en el cas dels cossos finits.

Competències i resultats d'aprenentatge**1278:E01 - Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic**

1278:E01.08 - Calcular el màxim comú divisor i la factorització de nombres enters i polinomis.

1278:E01.09 - Operar en alguns grups senzills (com a cíclics, dièdrics, simètrics i abelians).

1278:E01.10 - Construir grups i anells quocient i cossos finits i operar en ells

1278:E02 - Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats

1278:E02.04 - Calcular el màxim comú divisor i la factorització de nombres enters i polinomis.

1278:E02.05 - Operar en alguns grups senzills (com a cíclics, dièdrics, simètrics i abelians).

1278:E02.06 - Construir grups i anells quocient i cossos finits i operar en ells

1278:E05 - Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats

1278:E05.09 - Calcular el màxim comú divisor i la factorització de nombres enters i polinomis.

1278:E05.10 - Operar en alguns grups senzills (com a cíclics, dièdrics, simètrics i abelians).

1278:E05.11 - Construir grups i anells quocient i cossos finits i operar en ells

1278:G04 - Seran capaços de transmetre coneixements, procediments, resultats i idees

matemàtiques.

1278:G04.03 - Calcular el màxim comú divisor i la factorització de nombres enters i polinomis.

1278:G04.04 - Operar en alguns grups senzills (com a cíclics, dièdrics, simètrics i abelians).

1278:G04.05 - Construir grups i anells quocient i cossos finits i operar en ells

1278:G05 - Hauran desenvolupat aquelles habilitats d'aprenentatge necessàries per emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia

1278:G05.01 - Calcular el màxim comú divisor i la factorització de nombres enters i polinomis.

1278:G05.02 - Operar en alguns grups senzills (com a cíclics, dièdrics, simètrics i abelians).

1278:G05.03 - Construir grups i anells quocient i cossos finits i operar en ells.

Continguts

1. Grups.

- Grups, subgrups, homomorfismes.
- Teorema de Lagrange.
- Subgrups normals. Grup quocient.
- Els teoremes d'isomorfisme.
- Acció d'un grup sobre un conjunt.
- El primer teorema de Sylow.

2. Anells commutatius.

- Anells, ideals, anell quocient, ideals principals.
- Els teoremes d'isomorfisme (per anells).
- Ideals maximals i primers. El lema de Zorn.
- El cos de fraccions d'un domini.
- L'anell de polinomis.

3. Factorització.

- Màxim comú divisor.
- Dominis d'ideals principals.
- Irreductibles, primers i factorització única.
- Tot domini d'ideals principals és un domini de factorització única.
- Factorització en anells de polinomis. El criteri d'Eisenstein.

4. Cossos finits.

- Cossos, característica, subcossos.
- Teorema de l'element primitiu per cossos finits.
- Existència i unicitat de cossos finits.
- El morfisme de Frobenius.

Metodologia

Aquesta assignatura té tres hores setmanals de teoria, per a les quals, encara que no disposarem d'un conjunt d'apunts previs, cal destacar que hi ha una varietat interessant de referències bibliogràfiques que es poden tenir en compte per entendre el que s'ha explicat a classe i, si s'escau, ampliar coneixements.

Al llarg del curs es faran 8 sessions de dues hores dedicades a resoldre problemes. Els conceptes introduïts a classe de teoria, els enuncis dels teoremes, les seves demostracions i les aplicacions són imprescindibles quan ens posem a pensar problemes, ja que a vegades les tècniques seran semblants. Els dubtes que sorgeixin es poden preguntar durant la classe o utilitzant els seminaris i les hores de consulta dels professors. Les llistes de problemes seran exhaustives i no s'acabaran a classe, de manera que els estudiants hauran d'acabar-les pel seu compte.

També es faran 7 sessions de seminari, on els alumnes elaboraran i presentaran problemes de l'assignatura, amb la supervisió del professorat. Aquest treball podrà ser accessible a la web.

A més, l'assignatura disposa d'una pàgina al "campus virtual" on anirem penjant les llistes de problemes,

material addicional i qualsevol informació relacionada amb l'assignatura.

El temps previst en la taula és aproximat i, evidentment, cada estudiant l'haurà d'adaptar a la seva situació. En qualsevol cas, tenint en compte que a més aquesta assignatura compta 9 crèdits, és a dir el 30% dels crèdits d'un semestre estàndard, cal pensar com aconsellable una dedicació aproximada de 12-14 hores setmanals, incloent les classes presencials.

Activitats formatives

Activitat	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	16	0.64	1278:E01.08 , 1278:E01.09 , 1278:E01.10 , 1278:E02.05 , 1278:E05.09 , 1278:E05.11 , 1278:G04.04 , 1278:G05.01 , 1278:G05.03 , 1278:G05.02 , 1278:G04.05 , 1278:G04.03 , 1278:E05.10 , 1278:E02.06 , 1278:E02.04
Classes de teoria	43	1.72	1278:E01.08 , 1278:E01.09 , 1278:E02.04 , 1278:E01.10 , 1278:E05.09 , 1278:E05.11 , 1278:G04.04 , 1278:G05.01 , 1278:G05.03 , 1278:G05.02 , 1278:G04.05 , 1278:G04.03 , 1278:E05.10 , 1278:E02.06 , 1278:E02.05
Tipus: Supervisades			
Seminaris	14	0.56	1278:E01.08 , 1278:G05.03 , 1278:G05.02 , 1278:G05.01 , 1278:G04.05 , 1278:G04.04 , 1278:G04.03 , 1278:E05.11 , 1278:E05.10 , 1278:E01.10 , 1278:E02.04 , 1278:E02.05 , 1278:E05.09 , 1278:E02.06 , 1278:E01.09
Tipus: Autònomes			
Estudi personal i preparació dels seminaris	148	5.92	1278:E01.08 , 1278:G05.03 , 1278:G05.02 , 1278:G05.01 , 1278:G04.05 , 1278:G04.04 , 1278:G04.03 , 1278:E05.11 , 1278:E05.10 , 1278:E05.09 , 1278:E02.06 , 1278:E02.05 , 1278:E02.04 , 1278:E01.10 , 1278:E01.09

Avaluació

- Un 30% de la nota correspon a la tasca realitzada en els seminaris, al lliurament de problemes i la seva presentació oral. La qualificació obtinguda (**AC**) valorarà la correcció matemàtica escrita així com la claredat de l'exposició oral.
- Es realitzaran dues proves escrites per avaluar les capacitats teòriques de l'assignatura, dins l'horari habitual de la classe de teoria. Les notes (**TE₁** i **TE₂**) d'aquestes proves correspondran conjuntament a un 10% de la nota.
- Un 60% de la nota correspon a l'obtinguda en l'examen final. En aquest examen s'avaluaran les capacitats pràctiques o de problemes de l'assignatura.
- Si denotem per **PB** la qualificació obtinguda en aquest examen, la qualificació final que obtindrà l'alumne serà $0.30 \cdot AC + 0.10 \cdot (TE_1 + TE_2) / 2 + 0.6 \cdot PB$, amb la condició que per aprovar l'assignatura es requerirà haver obtingut una qualificació mínima de 3.5 a l'examen.
- Si un alumne no aprova l'assignatura amb la fórmula anterior, es farà un altre examen de recuperació on l'estudiant podrà recuperar la part de l'avaluació corresponent als exàmens (tant de teoria com de problemes).
- Denotant **R** la qualificació obtinguda en aquest examen, la qualificació final que obtindrà l'alumne serà

llavors **0.30·AC + 0.70·R**, amb la condició que per aprovar l'assignatura es requerirà haver obtingut una qualificació mínima de 3.5 a l'examen.

Activitats d'avaluació

Activitat	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Activitats d'avaluació continuada	30%	0	0.0	1278:E01.08 , 1278:E01.09 , 1278:E01.10 , 1278:E02.05 , 1278:E05.09 , 1278:E05.11 , 1278:G04.04 , 1278:G05.01 , 1278:G05.03 , 1278:G05.02 , 1278:G04.05 , 1278:G04.03 , 1278:E05.10 , 1278:E02.06 , 1278:E02.04
Examen	70%	4	0.16	1278:E01.08 , 1278:G05.03 , 1278:G05.02 , 1278:G05.01 , 1278:G04.05 , 1278:G04.04 , 1278:G04.03 , 1278:E05.11 , 1278:E05.10 , 1278:E05.09 , 1278:E02.06 , 1278:E02.05 , 1278:E02.04 , 1278:E01.10 , 1278:E01.09

Bibliografia

Existeixen algunes monografies que cobreixen els continguts de l'assignatura. Recomanem, en aquest sentit, les referències [2], [5] i [7]. Certs continguts més específics poden consultar-se a d'altres llibres, com ara [8] per als grups, o [1] per als anells.

Altres referències bibliogràfiques que cobreixen els continguts de l'assignatura i material més avançat són [4] (però cal anar amb compte perquè el sentit de composició de les aplicacions és al revés del que fem servir habitualment) i [6]. [3] inclou una bona col·lecció de problemes resolts.

[1] W.A. Adkins and S. H. Weintraub. *Algebra*. Graduate Texts in Mathematics, 136, Springer-Verlag, 1992.

[2] R. Antoine, R. Camps, J. Moncasi. *Introducció a l'àlgebra abstracta*. Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, no. 46, Bellaterra, 2007.

[3] F. Cedó, V. Gisin, *Àlgebra bàsica*, Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, no. 21, Bellaterra, 2007.

[4] P.M. Cohn. *Algebra*. Vols. 1 i 2, John Wiley and Sons, 1989.

[5] J.B. Fraleigh. *A First course in abstract algebra*. Addison-Wesley, 1982.

[6] N. Jacobson. *Basic Algebra I*. W.H. Freeman, 1985.

[7] S. Lang. *Algebra*. Graduate Texts in Mathematics, 211. Springer-Verlag, 1965/1984/2002.

[8] M. A. Moreno, y E. Pardo. *Teoría de grupos*. Textos básicos universitarios, 14, Universidad de Cádiz, 2003.