

**Guia docent de l'assignatura "Equacions diferencials i modelització I"****2011/2012**Codi: 100100  
Crèdits ECTS: 9

Titulació	Pla	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	777 Graduat en Matemàtiques	OB	3	1

**Contacte**Nom : Francesc Mañosas Capellades  
Email : Francesc.Manosas@uab.cat**Utilització d'idiomes**Llengua vehicular majoritària: català (cat)  
Algun grup íntegre en anglès: No  
Algun grup íntegre en català: Sí  
Algun grup íntegre en espanyol: No**Prerequisits**

Algebra lineal

Càlcul amb diverses variables i optimització.

**Objectius i contextualització**

La teoria d'Equacions Diferencials (ED's) es distingeix tant per la riquesa de idees i mètodes com per la seva aplicabilitat. Així l'assignatura Equacions Diferencials i Modelització I té una vessant teòrica (que es treballarà a les classes de teoria i de problemes) i una vessant molt aplicada, que s'introduirà a les classes de teoria i que es practicarà tant a classes de problemes com a les classes pràctiques que es realitzaran al laboratori d'informàtica. D'una banda farem èmfasi en la presentació de la teoria i en la demostració dels resultats i d'altra banda els alumnes aprendran a modelar situacions reals que els permetin predir els comportaments estudiats.

A nivell formatiu pensem que aquesta assignatura' és bona per mostrar als alumnes que certs resultats teòrics que ja coneixen d'altres matèries ( propietats topològiques dels espais normats i Teorema de la forma canònica de Jordan, per exemple) s'apliquen a l'hora de fonamentar la teoria d'equacions diferencials per finalment poder donar resposta a preguntes motivades per problemes aplicats que venen regits per models deterministes.

**Competències i resultats d'aprenentatge****1281:E02 - Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats**

1281:E02.14 - Aplicar els principals mètodes per resoldre equacions diferencials ordinàries i algunes equacions en derivades parcials senzilles.

1281:E02.15 - Resoldre sistemes lineals d'equacions diferencials ordinàries.

1281:E02.16 - Estudiar el comportament de les solucions de sistemes d'equacions diferencials en funció dels paràmetres que els defineixen.

1281:E02.17 - Traduir alguns problemes reals en termes d'equacions diferencials ordinàries i equacions en derivades parcials.

1281:E02.18 - Extreure informació qualitativa sobre la solució d'una equació diferencial ordinària, sense necessitat de resoldre-la. Saber dibuixar retrats de fase senzills de sistemes d'equacions diferencials en el pla

**1281:E03 - Reconèixer la presència de les Matemàtiques en altres disciplines**

1281:E03.08 - Traduir alguns problemes reals en termes d'equacions diferencials ordinàries i equacions en derivades parcials

**1281:E06 - Formular hipòtesis i imaginar estratègies per confirmar-les o refutar-les.**

1281:E06.05 - Aplicar els principals mètodes per resoldre equacions diferencials ordinàries i algunes equacions en derivades parcials senzilles.

1281:E06.06 - Resoldre sistemes lineals d'equacions diferencials ordinàries.

1281:E06.07 - Estudiar el comportament de les solucions de sistemes d'equacions diferencials en funció dels paràmetres que els defineixen.

1281:E06.08 - Traduir alguns problemes reals en termes d'equacions diferencials ordinàries i equacions en derivades parcials.

1281:E06.09 - Extreure informació qualitativa sobre la solució d'una equació diferencial ordinària, sense necessitat de resoldre-la. Saber dibuixar retrats de fase senzills de sistemes d'equacions diferencials en el pla

**1281:E07 - Distingir, davant d'un problema o situació, el que és substancial del qual és purament ocasional o circumstancial.**

1281:E07.08 - Aplicar els principals mètodes per resoldre equacions diferencials ordinàries i algunes equacions en derivades parcials senzilles.

1281:E07.09 - Resoldre sistemes lineals d'equacions diferencials ordinàries.

1281:E07.10 - Estudiar el comportament de les solucions de sistemes d'equacions diferencials en funció dels paràmetres que els defineixen.

1281:E07.11 - Traduir alguns problemes reals en termes d'equacions diferencials ordinàries i equacions en derivades parcials.

1281:E07.12 - Extreure informació qualitativa sobre la solució d'una equació diferencial ordinària, sense necessitat de resoldre-la. Saber dibuixar retrats de fase senzills de sistemes d'equacions diferencials en el pla.

**1281:E08 - Davant de situacions reals amb un nivell mig de complexitat, demanar i analitzar dades i informació rellevants, proposar i validar models utilitzant eines matemàtiques adequades per a, finalment, obtenir conclusions.**

1281:E08.09 - Aplicar els principals mètodes per resoldre equacions diferencials ordinàries i algunes equacions en derivades parcials senzilles.

1281:E08.10 - Resoldre sistemes lineals d'equacions diferencials ordinàries.

1281:E08.11 - Estudiar el comportament de les solucions de sistemes d'equacions diferencials en funció dels paràmetres que els defineixen.

1281:E08.12 - Traduir alguns problemes reals en termes d'equacions diferencials ordinàries i equacions en derivades parcials.

1281:E08.13 - Extreure informació qualitativa sobre la solució d'una equació diferencial ordinària, sense necessitat de resoldre-la. Saber dibuixar retrats de fase senzills de sistemes d'equacions diferencials en el pla

**1281:E09 - Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes**

1281:E09.20 - Resoldre sistemes lineals d'equacions diferencials ordinàries.

1281:E09.21 - Estudiar el comportament de les solucions de sistemes d'equacions diferencials en funció dels paràmetres que els defineixen.

1281:E09.22 - Traduir alguns problemes reals en termes d'equacions diferencials ordinàries i equacions en derivades parcials

## Continguts

### 1. Equacions diferencials de primer ordre en una variable.

1.1 Introducció a les equacions diferencials. Mètodes de resolució: equacions separables, lineals, exactes, factors integrants. Canvi de variable.

1.2 Aplicacions: Desintegració radioactiva, problemes de barreges, models de poblacions, etc.

## 2. Equacions lineals.

2.1 Propietats generals de les equacions diferencials lineals: Existència i unicitat de solucions per al problema de Cauchy, estructura de l'espai de solucions de les equacions lineals, matrius fonamentals.

2.2 Sistemes d'equacions lineals a coeficients constants: Exponencial d'una matriu. Càlcul de l'exponencial de les matrius canòniques de Jordan. El cas no homogeni.

2.3 L'equació lineal d'ordre  $n$ : Propietats generals. Les equacions homogènies a coeficients constants. Càlcul de solucions particulars per a la no homogènia.

2.4 L'equació lineal d'ordre 2: Sistemes mecànics, circuits elèctrics, oscil·lacions periòdiques forçades. El fenomen de la ressonància.

## 3. Els Teoremes Fonamentals.

3.1 L'espai de funcions contínues i acotades sobre un espai topològic: Existència i unicitat de solucions, interval màxim de les solucions, estructura de l'espai de solucions, matrius fonamentals.

3.2 Teoremes de Picard i de Peano: Funcions localment lipschitzianes. Existència i unicitat locals. Stone-Weierstrass i demostració de Peano.

3.3 Prolongació de solucions: Existència i unicitat de solucions improrogables per a problemes amb existència i unicitat de solucions. El Lema de Wintner.

3.4 Dependència contínua i diferenciable de les solucions respecte de condicions inicials i paràmetres: Enunciat dels teoremes i exemples.

## 4. Teoria qualitativa de sistemes autònoms.

4.1 Sistema dinàmic induït per una equació diferencial autònoma. Punts crítics i òrbites periòdiques. Estabilitat. Equivalència i conjugació

4.2 Teorema del flux tubular. Teorema de Hartman.

4.3 Estudi qualitatiu de les equacions lineals

## Metodologia

Farem tres tipus d'activitats presencials: classes teòriques, classes de problemes i classes pràctiques al laboratori d'informàtica.

A les classes de teoria el professor es dedicarà a l'exposició de matèria nova. A la plana web de l'assignatura hi haurà diferents materials per a ajudar a la comprensió dels temes que s'exposaran a classe.

De forma periòdica el professor lliurarà uns fulls d'exercicis que els alumnes han de pensar, intentar resoldre i sobre els quals es treballarà a la classe de problemes..

Es ben sabut que la única manera d'aprendre matemàtiques es fent molts i molts problemes. Per aquesta raó pensem que els alumnes han de dedicar un mínim de 5 hores a la setmana a la resolució de problemes d'aquesta assignatura.

Els alumnes rebran diverses llistes de problemes que han de resoldre i que hauran de lliurar. En aquestes llistes hi hauran problemes de les llistes que anteriorment s'han resolt a classe més algun problema nou. A final del semestre es farà una entrevista amb cada alumne

on es valoraran els problemes lliurats.

A les classes pràctiques es treballarà cada dia un tema diferent; la pràctica es començarà a treballar a l'aula i els alumnes han de finalitzar-la a casa.

## Activitats formatives

Activitat	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
<b>Tipus: Dirigides</b>			
Classes de teoria	45	1.8	1281:E02.14 , 1281:E02.15 , 1281:E02.17 , 1281:E02.16 , 1281:E06.05 , 1281:E06.07 , 1281:E06.09 , 1281:E07.09 , 1281:E07.11 , 1281:E09.22 , 1281:E09.21 , 1281:E09.20 , 1281:E08.13 , 1281:E08.12 , 1281:E08.11 , 1281:E08.10 , 1281:E08.09 , 1281:E07.12 , 1281:E07.10 , 1281:E07.08 , 1281:E06.08 , 1281:E06.06 , 1281:E03.08 , 1281:E02.18
<b>Tipus: Supervisades</b>			
Classes de problemes	15	0.6	1281:E02.14 , 1281:E02.15 , 1281:E02.16 , 1281:E02.18 , 1281:E06.05 , 1281:E06.07 , 1281:E06.09 , 1281:E07.09 , 1281:E07.11 , 1281:E09.22 , 1281:E09.21 , 1281:E09.20 , 1281:E08.13 , 1281:E08.12 , 1281:E08.11 , 1281:E08.10 , 1281:E08.09 , 1281:E07.12 , 1281:E07.10 , 1281:E07.08 , 1281:E06.08 , 1281:E06.06 , 1281:E03.08 , 1281:E02.17
Pràctiques de modelització	12	0.48	1281:E02.14 , 1281:E09.22 , 1281:E09.21 , 1281:E09.20 , 1281:E08.13 , 1281:E08.12 , 1281:E08.11 , 1281:E08.10 , 1281:E08.09 , 1281:E07.12 , 1281:E07.11 , 1281:E07.10 , 1281:E07.09 , 1281:E07.08 , 1281:E06.09 , 1281:E06.08 , 1281:E06.07 , 1281:E06.06 , 1281:E02.16 , 1281:E02.17 , 1281:E02.18 , 1281:E06.05 , 1281:E03.08 , 1281:E02.15
<b>Tipus: Autònomes</b>			
Estudi de la teoria i resolució de problemes	112	4.48	1281:E02.14 , 1281:E09.22 , 1281:E09.21 , 1281:E09.20 , 1281:E08.13 , 1281:E08.12 , 1281:E08.11 , 1281:E08.10 , 1281:E08.09 , 1281:E07.12 , 1281:E07.11 , 1281:E07.10 , 1281:E07.09 , 1281:E07.08 , 1281:E06.09 , 1281:E06.08 , 1281:E06.07 , 1281:E06.06 , 1281:E02.16 , 1281:E02.17 , 1281:E02.18 , 1281:E06.05 , 1281:E03.08 , 1281:E02.15

## Avaluació

Un 40% de l'assignatura s'avaluarà de manera continuada.

### Avaluació continuada:

- Lliurament de dos informes de pràctiques, cadascuna d'ells un 2,5% de la nota, una petita prova al final de cada pràctica que contarà un 10% i l'examen de Maple que comptarà un 10%.
- Lliurament de diversos problemes al llarg del semestre més una entrevista amb cada alumne, que proporcionarà el 15% de la nota.

### Avaluació recuperable:

- Una prova final que comptarà un 60%.
- Una recuperació de l'examen final que comptarà un 60%

És imprescindible treure un mínim d'un 4 a l'examen final per a poder fer la mitjana ponderada que hem explicat.

## Activitats d'avaluació

Activitat	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Entrega de problemes i entrevista	15%	18	0.72	1281:E02.14 , 1281:E02.15 , 1281:E02.17 , 1281:E02.16 , 1281:E06.05 , 1281:E06.07 , 1281:E06.09 , 1281:E07.09 , 1281:E07.11 , 1281:E09.22 , 1281:E09.21 , 1281:E09.20 , 1281:E08.13 , 1281:E08.12 , 1281:E08.11 , 1281:E08.10 , 1281:E08.09 , 1281:E07.12 , 1281:E07.10 , 1281:E07.08 , 1281:E06.08 , 1281:E06.06 , 1281:E03.08 , 1281:E02.18
Entrega de pràctiques	15%	12	0.48	1281:E02.14 , 1281:E02.15 , 1281:E02.17 , 1281:E02.16 , 1281:E06.05 , 1281:E06.07 , 1281:E06.09 , 1281:E07.09 , 1281:E07.11 , 1281:E09.22 , 1281:E09.21 , 1281:E09.20 , 1281:E08.13 , 1281:E08.12 , 1281:E08.11 , 1281:E08.10 , 1281:E08.09 , 1281:E07.12 , 1281:E07.10 , 1281:E07.08 , 1281:E06.08 , 1281:E06.06 , 1281:E03.08 , 1281:E02.18
Examen de pràctiques	10%	3	0.12	1281:E02.14 , 1281:E07.12 , 1281:E07.11 , 1281:E07.10 , 1281:E07.09 , 1281:E07.08 , 1281:E06.09 , 1281:E06.08 , 1281:E06.07 , 1281:E06.06 , 1281:E09.22 , 1281:E09.21 , 1281:E09.20 , 1281:E08.13 , 1281:E08.12 , 1281:E08.11 , 1281:E08.10 , 1281:E08.09 , 1281:E02.16 , 1281:E02.17 , 1281:E02.18 , 1281:E06.05 , 1281:E03.08 , 1281:E02.15
Examen final	60%	4	0.16	1281:E02.14 , 1281:E09.22 , 1281:E09.21 , 1281:E09.20 , 1281:E08.13 , 1281:E08.12 , 1281:E08.11 , 1281:E08.10 , 1281:E08.09 , 1281:E07.12 , 1281:E07.11 , 1281:E07.10 , 1281:E07.09 , 1281:E07.08 , 1281:E06.09 , 1281:E06.08 , 1281:E06.07 , 1281:E06.06 , 1281:E02.16 , 1281:E02.17 , 1281:E02.18 , 1281:E06.05 , 1281:E03.08 , 1281:E02.15
Examen repesca	60%	4	0.16	1281:E02.14 , 1281:E02.15 , 1281:E02.16 , 1281:E02.18 , 1281:E06.05 , 1281:E06.07 , 1281:E06.09 , 1281:E07.09 , 1281:E07.11 , 1281:E09.22 , 1281:E09.21 , 1281:E09.20 , 1281:E08.13 , 1281:E08.12 , 1281:E08.11 , 1281:E08.10 , 1281:E08.09 , 1281:E07.12 , 1281:E07.10 , 1281:E07.08 , 1281:E06.08 , 1281:E06.06 , 1281:E03.08 , 1281:E02.17

## Bibliografia

F. Mañosas Apunts d'Equacions diferencials. Campus virtual

R. Martínez. *Models amb Equacions Diferencials*. Materials de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, no. 149. Bellaterra, 2004.

V. Jimenez. *Ecuaciones diferenciales*. Serie: enseñanza. Universidad de Murcia, 2000.

M. Guzmán. *Ecuaciones diferenciales ordinarias*. Ed. Alhambra, Madrid, 1978.

C. Fernandez y J.M. Vegas. *Ecuaciones diferenciales*. Pirámide, Madrid, 1996.

M. W. Hirsch , S. Smale, R. Devaney. *Differential Equations, Dynamical Systems: An Introduction to Chaos* Elsevier, 2003.

P. Blanchard, and R.L. Devaney. *Differential Equations*. G.R. Hall, 2002. Traduït al castellà: "Ecuaciones Diferenciales". International Thomson Editores, México, 1999.

- E. Boyce, y R.C. Di Prima. *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera* Ed. Limusa, México, 1967.
- M. Braun. *Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones*. Grupo Editorial Iberoamérica. México, 2000.
- R.L. Borrelli and C.S. Coleman. *Differential equations: a modeling perspective*. Prentice-Hall, 1987.
- R.K. Nagle, E.B. Saff and A.D. Snyder. *Fundamentos de Ecuaciones diferenciales*. Addison Wesley, 1992.
- C. Perelló. *Càlcul infinitesimal amb mètodes numèrics i aplicacions*. Enciclopèdia Catalana, 1994.
- G.F. Simmons. *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones y notas históricas*. Mc Graw-Hill, 1977.
- D.G. Zill. *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*. International Thomson Editores, México, 2001.
- G. Fulford, P. Forrester, A. Jones. *Modelling with differential and difference equations*. Cambridge University Press, New York, 1997.
- H. Ricardo. *Ecuaciones diferenciales: una introducción moderna*. Editorial Reverté, Barcelona, 2008.