

Guia docent de l'assignatura "Teoria de Galois"**2011/2012**

Codi: 100102

Crèdits ECTS: 6

Titulació	Pla	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	777 Graduat en Matemàtiques	OB	3	1

Contacte

Nom : Pere Ara Bertrán

Email : Pere.Ara@uab.cat

Utilització d'idiomes

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Algun grup íntegre en anglès: No

Algun grup íntegre en català: Sí

Algun grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Per a un bon seguiment de l'assignatura és necessari tenir present la teoria de grups com la teoria d'anells donada en l'assignatura *Estructures algebraiques*. Igualment el coneixent de cossos finits donat a *Estructures algebraiques* serà d'utilitat per tal que l'alumne tingui present més exemples

Objectius i contextualització

L'objectiu d'aquesta assignatura és bàsicament presentar el rudiments de la teoria de Galois i la seva aplicació a problemes de construcció amb regla i compàs i sobre la resolubilitat d'equacions per radicals. Aquest últim problema, un dels més antics de la història de les matemàtiques, té les seves arrels a l'antiguitat en temps dels babilonis i culmina brillantment amb l'obra d'Evariste Galois qui desenvolupà la teoria per a caracteritzar les equacions resolubles per radicals.

La presentació moderna de la teoria de Galois representa una part central de l'àlgebra ja que els mètodes d'abstracció que s'hi utilitzen ens mostren la potència de diverses eines algebraiques introduïdes anteriorment. Així doncs, la traducció del problema a la teoria de cossos i posteriorment a la teoria de grups ens dona com branques abstractes i teòriques poden resoldre un problema clàssic i més aplicat.

En aquest curs començarem per introduir el problema de resolubilitat d'equacions per radicals en el context històric. Posteriorment la teoria de cossos ens proporcionarà el marc formal adequat on plantejar el problema i presentar de manera clara la teoria de Galois d'equacions. No obstant ja d'inici veurem que la teoria bàsica de cossos permet afirmar la impossibilitat de construcció de certs punts amb regla i compàs, i resoldre problemes molt clàssics que ja havien preocupat als grecs.

Una de les eines fonamentals en Teoria de Galois és la teoria de grups. El seu millor coneixement permet treballar més exemples i obtenir millors resultats, no obstant per motius de programa introduïrem tan sols els conceptes més bàsics i recordarem les propietats bàsiques durant el desenvolupament del curs.

Competències i resultats d'aprenentatge**1278:E01 - Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic**

1278:E01.11 - Manipular expressions que involucrin elements algebraics i transcendents.

1278:E01.12 - Calcular grups de Galois d'equacions de grau baix i deduir la seva resolubilitat per

radicals.

1278:E01.13 - Relacionar construccions geomètriques amb extensions algebraiques

1278:E07 - Distingir, davant d'un problema o situació, el que és substancial del qual és purament ocasional o circumstancial.

1278:E07.05 - Manipular expressions que involucrin elements algebraics i transcendents.

1278:E07.06 - Calcular grups de Galois d'equacions de grau baix i deduir la seva resolubilitat per radicals.

1278:E07.07 - Relacionar construccions geomètriques amb extensions algebraiques

1278:E10 - Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.

1278:E10.03 - Manipular expressions que involucrin elements algebraics i transcendents.

1278:E10.04 - Calcular grups de Galois d'equacions de grau baix i deduir la seva resolubilitat per radicals.

1278:E10.05 - Relacionar construccions geomètriques amb extensions algebraiques

1278:E12 - Treballar en equip

1278:E12.03 - Manipular expressions que involucrin elements algebraics i transcendents.

1278:E12.04 - Calcular grups de Galois d'equacions de grau baix i deduir la seva resolubilitat per radicals.

1278:E12.05 - Relacionar construccions geomètriques amb extensions algebraiques

1278:G04 - Seran capaços de transmetre coneixements, procediments, resultats i idees matemàtiques.

1278:G04.06 - Manipular expressions que involucrin elements algebraics i transcendents.

1278:G04.07 - Calcular grups de Galois d'equacions de grau baix i deduir la seva resolubilitat per radicals.

1278:G04.08 - Relacionar construccions geomètriques amb extensions algebraiques

Continguts

1. Nocions preliminars de cossos.

- Preliminars d'anells.
- Polinomis simètrics.
- Resolució d'equacions: problemàtica resolubilitat per radicals.
- Extensió de cossos: elements algebraics i transcendents.

2. Extensions algebraiques.

- El grau d'una extensió general.
- Extensions simples. Teorema d'Steinitz.
- Extensions algebraiques. Extensions de monomorfismes.
- Punts construïbles amb regla i compàs.

3. Engrandint el grup $\text{Aut}_K(L)$.

- Nocions de grup. Algunes consideracions del grup $\text{Aut}_K(L)$.
- Cos de descomposició d'un polinomi.
- Extensions normals.
- Elements separables i extensions separables.

4. Teorema principal de la teoria de Galois finita.

- Extensions de Galois. Teorema d'Artin.
- Teorema principal de la teoria de Galois finita.

5. Teoria de Galois d'equacions.

- Resolubilitat per radicals. Grups resolubles.
- Extensions ciclotòmiques i cícliques.

* Teorema de Galois de resolubilitat per radicals.

Metodologia

L'assignatura disposa de dues hores de classe de teoria (en setmanes i una de problemes durant 15 setmanes del curs on s'especificarà pel calendari. També hi ha 3 sessions de seminaris de dues hores que es realitzaran durant 3 setmanes del semestre. Es recomana fortament l'assistència tant a les classes de teoria, a les de problemes i als seminaris.

A les classes de teoria donarem les eines necessàries i més importants per a la comprensió i resolució de problemes.

A les classes de problemes s'aprofundirà en l'assimilació i millor comprensió dels conceptes desenvolupats a les classes teòriques mitjançant la resolució de problemes i exercicis. Aquest treball es durà a terme mitjançant les explicacions fetes pel professor a la pissarra i la participació activa dels estudiants en la discussió dels diferents arguments emprats per tal de solucionar els problemes.

Als seminaris, l'alumne pren part activa de diversa forma. Hi ha tres sessions de seminari enfocats tots ells a la teoria de grups. En els seminaris es treballarà en grups que es formaran a l'inici del curs. D'aquests tres seminaris, hi haurà un únic seminari de tipus teòric, anomenem seminari tipus (T). Treballant en grup, el grup transmetrà en el seminari coneixements de l'assignatura als companys mitjançant exposició oral, seguint un guió donat pel professorat, el professor avaluarà aquesta exposició com el contingut escrit que el grup ha fet en preparar la seva exposició. El seminari (T) aprofundirà alguns coneixements teòrics de teoria de grups.

Els altres dos seminaris es treballaran més tècniques de càlcul i repàs, anomenem seminaris (P). En els seminaris (P) l'alumne treballarà en grup metodologies donades en classe de teoria i problemes mitjançant problemes tipus. En aquest curs la primera sessió de seminari i la tercera seran seminaris del tipus (P), la primera consistirà en un repàs de la teoria de grups donada en el grau. En la tercera sessió de seminari es treballarà la correspondència bijectiva de Galois entre reticles de grups i de cossos.

Aquesta assignatura també oferirà recursos mitjançant el Campus Virtual. En aquest anirem penjant els enunciats de les llistes de problemes i altre material que pugui complementar les classes de teoria i problemes.

Durant el curs es penjaran tres llistes de problemes a entregar amb una data fixa d'entrega. L'alumne pot resoldre de cada llista un dels exercicis proposats, i entregar-lo de forma individual.

També es penjaran diversos guions de seminari (T) amb distribució de feina per a grups. Aquests grups es formaran a principi de curs.

Activitats formatives

Activitat	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classe de seminaris	6	0.24	1278:E01.11 , 1278:E10.04 , 1278:E12.04 , 1278:G04.08 , 1278:E12.05 , 1278:E12.03 , 1278:E01.12
Classes de problemes	15	0.6	1278:E01.11 , 1278:E07.07 , 1278:E10.04 , 1278:G04.06 , 1278:G04.08 , 1278:G04.07 , 1278:E10.05 , 1278:E10.03 , 1278:E07.06 , 1278:E01.12 , 1278:E01.13 , 1278:E07.05
Classes de	30	1.2	1278:E01.11 , 1278:E01.12 , 1278:E01.13 , 1278:E07.06 , 1278:E10.03 , 1278:E10.05

teoria			, 1278:G04.07 , 1278:G04.08 , 1278:G04.06 , 1278:E10.04 , 1278:E07.07 , 1278:E07.05
Tipus: Autònomes			
Estudi de teoria	27	1.08	1278:E01.11 , 1278:E01.13 , 1278:E07.06 , 1278:E10.03 , 1278:E10.05 , 1278:G04.07 , 1278:G04.08 , 1278:G04.06 , 1278:E10.04 , 1278:E07.07 , 1278:E07.05 , 1278:E01.12
Preparació d'exàmens	16	0.64	1278:E01.11 , 1278:E01.12 , 1278:E07.05 , 1278:E07.07 , 1278:E10.04 , 1278:G04.06 , 1278:G04.08 , 1278:G04.07 , 1278:E10.05 , 1278:E10.03 , 1278:E07.06 , 1278:E01.13
Preparació de seminaris.	10	0.4	1278:E01.11 , 1278:E10.05 , 1278:G04.08 , 1278:G04.07 , 1278:G04.06 , 1278:E12.05 , 1278:E12.04 , 1278:E12.03 , 1278:E10.04 , 1278:E01.13 , 1278:E07.06 , 1278:E07.07 , 1278:E10.03 , 1278:E07.05 , 1278:E01.12
Realització de problemes	40	1.6	1278:E01.11 , 1278:E10.03 , 1278:G04.08 , 1278:G04.07 , 1278:G04.06 , 1278:E12.05 , 1278:E12.04 , 1278:E12.03 , 1278:E10.05 , 1278:E10.04 , 1278:E07.07 , 1278:E01.12 , 1278:E01.13 , 1278:E07.05 , 1278:E07.06

Avaluació

Un 25% de l'assignatura s'avaluarà de manera continuada mentre que el 75% restant es podrà recuperar amb un examen de recuperació.

Avaluació continuada:

- Notes obtingudes dels exercicis entregats de les tres llistes que s'hauran proposat de problemes per a entregar. Així mateix proporciona un 15% de la nota del curs, (5% per cada llista).
- Nota del vostre grup obtinguda en el seminari del tipus (T) conjuntament amb l'entrega individual d'un resum dels temes que han exposat els altres grups. Hi haurà una única participació en seminari del tipus (T) per grup (corresponent a la segona sessió de seminaris del curs). Aquesta nota proporcionarà un 10% de la nota del curs.
- Una prova parcial que comptarà un 10% de la nota.

Avaluació recuperable:

- Un examen final durant gener-febrer que aportarà el 65% de la nota.

Cada grup, en l'avaluació dels seminaris teòrics, usará almenys dos expositors en la seva exposició de treball.

Dates **provisionals** d'avaluació continuada:

- Seminari teòric (T): Segona sessió seminaris.
- Entrega exercicis: 27 octubre, 15 desembre, 12 gener.
- Prova parcial: 17 de novembre.
- Examen final: data a determinar gener-febrer 2010.

Recuperació avaluació recuperable: data a determinar febrer 2010.

Qualificació No presentat. Un alumne es considera no presentat tan sols quan compleix tots els requisits següents:

1. no es presenta a l'examen de gener-febrer,
2. no es presenta a l'examen de recuperació de febrer,

no té qualificat en l'avaluació continuada més o igual a la meitat, (és a dir un alumne que en l'avaluació

continuada ha presentat tres problemes o bé s'ha presentat a seminaris i ha entregat un problema la seva qualificació no pot ser de no presentat ja que obté un 15% de la nota del 25% de la nota d'avaluació continuada; un alumne que tan sols s'ha presentat a seminaris i no ha entregat cap problema té un 10% de la nota del 25% de l'avaluació continuada, a aquest alumne pot tenir la qualificació de No presentat si a més compleix els requisits (i) i (ii).

Activitats d'avaluació

Activitat	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Presentació 3 exercicis durant el curs	15%	0	0.0	1278:E01.11 , 1278:E01.12 , 1278:E07.05 , 1278:E01.13 , 1278:E07.07 , 1278:E10.04 , 1278:G04.06 , 1278:G04.08 , 1278:G04.07 , 1278:E10.05 , 1278:E10.03 , 1278:E07.06
Presentació treball seminari	10%	0	0.0	1278:E12.03 , 1278:E12.04 , 1278:E12.05
Realització examens durant el curs	75%	6	0.24	1278:E01.11 , 1278:E01.12 , 1278:E01.13 , 1278:E07.06 , 1278:E10.03 , 1278:E10.05 , 1278:G04.07 , 1278:G04.08 , 1278:G04.06 , 1278:E10.04 , 1278:E07.07 , 1278:E07.05

Bibliografia

F.Bars, Teoria de Galois en 30 hores, <http://mat.uab.cat/~francesc/docencia2.html>

D.J.H. Garling. *A course in Galois Theory*. Cambridge Univ. Press, 1986.

J. Milne. *Fields and Galois Theory*, <http://www.jmilne.org/math/>.

P. Morandi. *Fields and Galois Theory*. GTM 167, Springer.

S. Roman. *Field Theory*. GTM 158, Springer.

Bibliografia complementària:

A. M. de Viola Priori, J.E. Viola-Priori. *Teoría de cuerpos y Teoría de Galois*. Reverté (2006).

Jörg Bewersdorff. *Galois Theory for beginners: a historical perspective*. AMS, Student mathematical library; 35 (2006).

Fernando Chamizo. ¡Qué bonita es la teoría de Galois! Curso en la UAM, 2004.

http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/fchamizo/algebraII.html.

Antoni Malet. *Obra d'Evariste Galois*. A cura d'Antoni Malet, IEC 1984.

Algunes webs d'interés:

<http://www.galois-group.net>

<http://godel.ph.utexas.edu/~tonyr/galois.html>

<http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/%7Ehistory/Mathematicians/Galois.html>

Curiositats origami: Robert J. Lang: <http://www.langorigami.com>

Tom Hull: <http://www.merrimack.edu/thull/~omfiles/geoconst.html>

Koshiro Hatori: <http://origami.ousaan.com/library/conste.html>

<http://www.langorigami.com/science/mathlinks/mathlinks.php4>.