

Guia docent de l'assignatura "Processos estocàstics"

2011/2012

Codi: 100116

Crèdits ECTS: 6

Titulació	Pla	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	777 Graduat en Matemàtiques	OT	0	0

Contacte

Nom : Lluís Antoni Quer Sardanyons

Email : LluísAntoni.Quer@uab.cat

Utilització d'idiomes

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Algun grup íntegre en anglès: No

Algun grup íntegre en català: Sí

Algun grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Com a requisits generals per a l'assignatura, citarem un bon coneixement a nivell pràctic d'Anàlisi i Càlcul, així com els rudiments de l'Àlgebra lineal i de les Equacions Diferencials. Com a requisits específics, només els rudiments de Teoria de la Probabilitat que s'introdueixen a l'assignatura de tercer curs, amb un bon nivell tant a nivell teòric com pràctic, i els d'Anàlisi i Càlcul relacionats amb integració i sèries.

Objectius i contextualització

L'objectiu d'aquesta assignatura és, d'una banda, introduir l'alumne en la part de la Teoria de la Probabilitat anomenada Teoria dels Processos Estocàstics, que té per objecte d'estudi els fenòmens aleatoris que evolucionen amb el temps o en l'espai. Els models per a aquests tipus de fenomen són els Processos Estocàstics, que estudiarem en aquesta assignatura. Veurem les generalitats bàsiques d'aquests models i estudiarem alguns models concrets.

S'estudiaran, doncs, amb una mica de detall els que segurament són els processos estocàstics més estudiats i utilitzats: el procés de Wiener o moviment Brownià, i el Procés de Poisson. Es tractaran les Cadenes de Markov a temps discret (en general), amb dos exemples concrets: el Procés de Passeig Aleatori (s'estudiarà també el clàssic Problema de la ruïna del jugador), i el Procés de Ramificació de Galton-Watson. Veurem també algunes Cadenes de Markov a temps continu com, per exemple, el Procés de Poisson o els Processos de Naixement i Mort.

Prèviament es farà un repàs d'alguns conceptes i resultats fonamentals de la Probabilitat, ja coneguts per l'alumne, a la vegada que s'introdueixen noves eines probabilístiques que seran d'utilitat en l'estudi dels processos estocàstics.

Competències i resultats d'aprenentatge

1291:E07 - Distingir, davant d'un problema o situació, el que és substancial del qual és purament ocasional o circumstancial.

1291:EXX.14 - Comprender el lenguaje y conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas de probabilidad y estadística avanzadas.

1291:E08 - Davant de situacions reals amb un nivell mig de complexitat, demanar i analitzar dades i informació rellevants, proposar i validar models utilitzant eines matemàtiques adequades per a,

finalment, obtenir conclusions

1291:EXX.15 - Idear demostraciones de resultados matemáticos del área de probabilidad y estadística

1291:E09 - Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes

1291:EXX.14 - Comprender el lenguaje y conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas de probabilidad y estadística avanzadas.

1291:E11 - Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs

1291:EXX.15 - Idear demostraciones de resultados matemáticos del área de probabilidad y estadística

1291:E14 - Utilitzar eficaçment bibliografia i recursos electrònics per obtenir informació

1291:EXX.14 - Comprender el lenguaje y conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas de probabilidad y estadística avanzadas.

1291:G04 - Seran capaços de transmetre coneixements, procediments, resultats i idees matemàtiques.

1291:EXX.14 - Comprender el lenguaje y conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas de probabilidad y estadística avanzadas.

1291:G05 - Hauran desenvolupat aquelles habilitats d'aprenentatge necessàries per emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia

1291:EXX.15 - Idear demostraciones de resultados matemáticos del área de probabilidad y estadística

Continguts

1. **Introducció i preliminars de Probabilitat.**
2. **Els Procés de ramificació de Galton-Watson.**
3. **Teoria general:** definició de procés estocàstic i exemples, processos equivalents, Teorema de Kolmogorov, tipus de processos.
4. **Passeig aleatori:** Problema de la ruïna d'un jugador i estudi del passeig aleatori.
5. **Cadenes de Markov a temps discret:** cadenes de Markov amb probabilitats de transició estacionàries, temps d'atur, propietat forta de Markov, estats recurrents i transitoris, classes d'equivalència, distribucions estacionàries.
6. **Cadenes de Markov a temps continu:** el procés de Poisson i els processos de naixement i mort.
7. **El moviment Brownià:** introducció històrica del moviment Brownià, del passeig aleatori al moviment Brownià, definició i existència, construcció de Paul Lévy i propietats.

Metodologia

Aquesta assignatura és quadrimestral i consta de dues hores de teoria i una hora de problemes a la setmana de classe presencial. A més a més hi haurà tres sessions de seminaris de dues hores.

La introducció de coneixements teòrics a la classe de teoria és fonamental per tal que l'alumne pugui entendre i assolir els fonaments de la Teoria de Processos Estocàstics que s'introdueix en aquesta assignatura. El coneixement de les nocions introduïdes a teoria, dels enunciat de les proposicions i teoremes, així com dels exemples d'aplicació, resulten fonamentals per tal que l'alumne pugui, a la classe de problemes, resoldre les qüestions plantejades mitjançant una metodologia semblant. Es treballarà l'estructura definició-enunciat de teorema-demostració-aplicació, ja que és la manera que l'alumne pugui entendre i seguir els raonaments de la teoria matemàtica que s'està explicant, a la vegada que pugui veure i entendre com juguen els diferents

elements de què es disposa a les demostracions de nous fets matemàtics, així com les hipòtesis que es necessita imposar. Naturalment, s'intenta estimular l'esperit crític davant qualsevol afirmació matemàtica, així com la intuïció de l'adequació dels diferents models matemàtics utilitzats a les situacions reals més diverses (físiques, biològiques, etc), gràcies a la realització de problemes aplicats a diferents àrees, on la modelització hi juga un paper molt important.

A les classes de problemes s'alternarà la resolució de problemes per part del professor i, en un menor grau, el treball amb llistes de problemes per part dels estudiants. En aquest darrer cas, la resolució de problemes serà en tot moment supervisada pel professor de problemes, que farà tots els comentaris que consideri adients per tal de completar una millor comprensió del problema que s'estigui treballant. També tindrà cura de l'expressió tant oral com escrita dels alumnes. D'altra banda, en les sessions de seminaris, l'estudiant treballarà, sota la tutela del professor, alguns problemes de les llistes així com petites justificacions i demostracions que no s'hagin pogut dur a terme en les classes de teoria. Aquestes sessions permetran també que, tan professor com alumne, puguin ser conscients de l'evolució en l'assoliment dels conceptes i mètodes que s'introdueixen en les classes de teoria.

Durant el semestre es realitzaran una prova intersemestral o control, per intentar incentivar la participació dels estudiants a les classes i la seva dedicació continuada a l'assignatura. Aquesta prova també servirà per poder valorar si es fa una utilització correcta del llenguatge matemàtic i si es presenten els resultats de manera adequada, ordenada i correcta.

Naturalment, les hores de tutoria del professor serveixen per a que l'alumne pugui consultar dubtes, comentar qualsevol cosa que consideri interessant, ja sia sobre la teoria o sobre els exercicis de la classe de problemes, així com demanar ajut per tal de resoldre algun exercici amb el que tingui dificultats o per realitzar el treball. En general, la tutoria permet a l'alumne posar-se en contacte amb el professor per tal de poder comentar qualsevol aspecte de l'assignatura que consideri convenient. És important fer servir les tutories per poder comentar els aspectes més destacats detectats pel professor en corregir els problemes presentats o els treballs.

Activitats formatives

Activitat	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	14	0.56	1291:EXX.14 , 1291:EXX.14 , 1291:EXX.15 , 1291:EXX.14 , 1291:EXX.15 , 1291:EXX.14 , 1291:EXX.15
Classes de teoria	28	1.12	1291:EXX.14 , 1291:EXX.14 , 1291:EXX.14 , 1291:EXX.14
Tipus: Supervisades			
Seminaris	6	0.24	1291:EXX.15 , 1291:EXX.15 , 1291:EXX.15
Tipus: Autònomes			
Estudi de la teoria i realització de problemes	70	2.8	1291:EXX.14 , 1291:EXX.14 , 1291:EXX.15 , 1291:EXX.14 , 1291:EXX.15 , 1291:EXX.14 , 1291:EXX.15
Preparació d'exàmens	24	0.96	1291:EXX.14 , 1291:EXX.14 , 1291:EXX.15 , 1291:EXX.14 , 1291:EXX.15 , 1291:EXX.14 , 1291:EXX.15

Avaluació

En la nota final de l'assignatura, el control d'avaluació continuada tindrà un pes del 30% i l'examen final un pes del 70%.

Activitats d'avaluació

Activitat	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Realització de l'examen final	70%	4	0.16	1291:EXX.14 , 1291:EXX.15 , 1291:EXX.15 , 1291:EXX.14 , 1291:EXX.15 , 1291:EXX.14 , 1291:EXX.14
Realització de proves parcials	30%	4	0.16	1291:EXX.14 , 1291:EXX.15 , 1291:EXX.14 , 1291:EXX.14 , 1291:EXX.15 , 1291:EXX.14 , 1291:EXX.15

Bibliografia

1. Breiman, L. Probability and Stochastic Processes: with a view toward applications. Houghton Mifflin Company, Boston, 1969.
2. Brémaud, P. Markov Chains: Gibbs measures, Montecarlo simulation and queues. Texts in Applied Mathematics. Springer, 1998.
3. Feller, W. Introducción a la teoría de probabilidades y sus aplicaciones, Vol I. John Wiley & Sons, 1988.
4. Gross, D. and Harris, C. M. Fundamentals of Queueing Theory. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics. Wiley, 1974.
5. Karlin, S. and Taylor, M. H. A First Course in Stochastic Processes. Academic Press, New York, 1975.
6. Karlin, S. and Taylor, M. H. A Second Course in Stochastic Processes. Academic Press, New York, 1981.
7. Kleinronck, L. Queueing Systems. Volume 1: Theory. Wiley-Interscience. Wiley, 1975.
8. Lawler, Gregory F. Introduction to Stochastic Processes. Chapman and Hall/CRC Probability Series, 1995.