

Estructures algebraïques**2012/2013**

Codi: 100096

Crèdits ECTS: 9

Titulació	Pla	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Graduat en Matemàtiques	777 Graduat en Matemàtiques	OB	2	2

Professor de contacte

Nom: Dolores Herbera Espinal

Correu electrònic: Dolors.Herbera@uab.cat

Utilització d'idiomes

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Algun grup íntegre en anglès: No

Algun grup íntegre en català: Sí

Algun grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Els requisits acadèmics previs els trobarem en les assignatures Fonaments de les Matemàtiques i Àlgebra Lineal, de primer curs. L'habilitat adquirida en les manipulacions algebraïques, i la familiaritat amb les operacions en contextos aritmètics o de grups de permutacions, es continuaran desenvolupant, tot passant a un nivell d'abstracció més elevat, d'altra banda molt comú en Matemàtiques.

Objectius

L'objectiu principal d'aquesta assignatura és donar una introducció a les estructures algebraïques bàsiques: grups, anells commutatius i cossos. Farem èmfasi a conèixer diverses classes d'anells commutatius; n'estudiarem exemples no trivials, així com procediments per fabricar-ne de nous. Les classes d'anells que estudiarem apareixen de manera natural en considerar la teoria de divisibilitat. A la part final del curs s'introdueix l'estudi dels cossos i les seves extensions, centrant-nos en el cas dels cossos finits.

Competències

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
- Hauran desenvolupat aquelles habilitats d'aprenentatge necessàries per emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Seran capaços de transmetre coneixements, procediments, resultats i idees matemàtiques.

Resultats d'aprenentatge

1. Calcular el màxim comú divisor i la factorització de nombres enters i polinomis.
2. Construir grups i anells quocient i cossos finits i operar en ells.
3. Operar en alguns grups senzills (com a cíclics, dièdrics, simètrics i abelians).

Continguts

1. Grups.

- Grups, subgrups, homomorfismes.
- Teorema de Lagrange.
- Subgrups normals. Grup quocient.
- Els teoremes d'isomorfisme.
- Acció d'un grup sobre un conjunt.
- Teoremes de Sylow. • Grups especials: cíclics, grup simètric, alguns grups abelians.

2. Anells commutatius.

- Anells, ideals, anell quocient, ideals principals.
- Morfismes. Els teoremes d'isomorfisme (per anells).
- Ideals maximals i primers. El lema de Zorn.
- El cos de fraccions d'un domini.
- L'anell de polinomis en una o varies variables.

3. Factorització.

- Irreductibles i primers. Dominis de factorització única. • Màxim comú divisor.
- Dominis d'ideals principals.
- Tot domini d'ideals principals és un domini de factorització única.
- Factorització en anells de polinomis. El criteri d'Eisenstein.

4. Cossos finits.

- Cossos, característica, subcossos.
- Existència i unicitat de cossos finits.

Metodologia

Aquesta assignatura té tres hores setmanals de teoria, per a les quals, encara que no disposarem d'un conjunt d'apunts previs, cal destacar que hi ha una varietat interessant de referències bibliogràfiques que es poden tenir en compte per entendre el que s'ha explicat a classe i, si s'escau, ampliar coneixements.

Al llarg del curs es faran 8 sessions de dues hores dedicades a resoldre problemes. Els conceptes introduïts a classe de teoria, els enuncis dels teoremes, les seves demostracions i les aplicacions són imprescindibles quan ens posem a pensar problemes, ja que a vegades les tècniques seran semblants. Els dubtes que sorgeixin es poden preguntar durant la classe o utilitzant els seminaris i les hores de consulta dels professors. Les llistes de problemes seran exhaustives i no s'acabaran a classe, de manera que els estudiants hauran d'acabar-les pel seu compte.

També es faran 7 sessions de seminari, on els alumnes elaboraran i presentaran problemes de l'assignatura, amb la supervisió del professorat. Aquest treball podrà ser accessible a la web.

A més, l'assignatura disposa d'una pàgina al "campus virtual" on anirem penjant les llistes de problemes, material addicional i qualsevol informació relacionada amb l'assignatura.

El temps previst en la taula és aproximat i, evidentment, cada estudiant l'haurà d'adaptar a la seva situació. En qualsevol cas, tenint en compte que a més aquesta assignatura compta 9 crèdits, és a dir el 30% dels crèdits d'un semestre estàndard, cal pensar com aconsellable una dedicació aproximada de 12-14 hores setmanals, incloent les classes presencials.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			

Classes de problemes	16	0,64	1, 2, 3
Classes de teoria	43	1,72	1, 2, 3
Tipus: Supervisades			
Seminaris	14	0,56	1, 2, 3
Tipus: Autònomes			
Estudi personal i preparació dels seminaris	148	5,92	1, 2, 3

Avaluació

- Un 30% de la nota correspon a la tasca realitzada al lliurament de problemes, la seva presentació oral i en un examen de problemes. La qualificació obtinguda serà **(AC)**.
- Es realitzarà una prova escrita per avaluar les capacitats teòriques i pràctiques de l'assignatura la setmana del 8 d'abril. La nota **(TP)** d'aquesta proves correspondrà a un 15% de la nota.
- Un 55% de la nota correspon a l'obtinguda en l'examen final. En aquest examen s'avaluaran les capacitats pràctiques i de problemes de l'assignatura.
- Si denotem per **PB** la qualificació obtinguda en aquest examen, llavors obtenim la nota $N = \text{Max}(0.30 \cdot AC + 0.15 \cdot TP + 0.55 \cdot PB, 0.30 \cdot AC + 0.7 \cdot PB)$.
- L'alumne pot triar entre tenir la nota **N** com a nota de l'assignatura o, si vol, pot presentar-se a l'examen de recuperació. Denotem per **R** la qualificació obtinguda en aquest examen.
- La qualificació final que obtindrà l'alumne serà llavors $\text{MAX}(N; 0.30 \cdot AC + 0.70 \cdot R)$.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Activitats d'avaluació continuada	30%	0	0	1, 2, 3
Examen	70%	4	0,16	1, 2, 3

Bibliografia

Existeixen algunes monografies que cobreixen els continguts de l'assignatura. Recomanem, en aquest sentit, les referències [4], [6] i [7]. La part de grups que farem estarà molt basada en l'aproximació de [7], que està una mica renovada a [6]. Per la part d'anells [5] és també una molt bona referència que, a més, conté referències històriques i notes sobre aplicacions a altres contextes molt interessants. Pel tractament dels cossos finits seguirem essencialment [1], tot i que [2] és també molt interessant per la seva llista de problemes i les aplicacions que presenta.

El text [4] cobreix el material de l'assignatura i temes més avançat (però cal anar amb compte perquè el sentit de composició de les aplicacions és al revés del que fem servir habitualment) i [3] inclou una col·lecció de problemes resolts.

[1] R. Antoine, R. Camps, J. Moncasi. *Introducció a l'àlgebra abstracta*. Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, no. 46, Bellaterra, 2007.

[2] J. M. Basart, J. Rifà i M. Villanueva, *Fonaments de la Matemàtica discreta*.

[3] F. Cedó, V. Gisin, *Àlgebra bàsica*, Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, no. 21, Bellaterra, 2007.

[4] P.M. Cohn. *Algebra*. Vols. 1 i 2, John Wiley and Sons, 1989.

[5] [Félix Delgado de la Mata, Concha Fuertes Fraile, Sebastian Xambó Descamps. Introducción al álgebra : anillos, factorización y teoría de cuerpos. Universidad de Valladolid. 1998](#)

[6] J.B. Fraleigh. *A First course in abstract algebra*. Addison-Wesley, 1982.

[7] [Thomas W. Hungerford. Algebra. Springer-Verlag. 1974.](#)