

Equacions diferencials i modelització II**2012/2013**

Codi: 100101

Crèdits ECTS: 6

Titulació	Pla	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Graduat en Matemàtiques	777 Graduat en Matemàtiques	OB	3	2

Professor de contacte

Nom: Armengol Gasull Embid

Correu electrònic: Armengol.Gasull@uab.cat

Utilització d'idiomes

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Algun grup íntegre en anglès: No

Algun grup íntegre en català: Sí

Algun grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Anàlisi amb una i varies variables, Àlgebra lineal i Equacions diferencials i modelització I.

Objectius

Aquesta assignatura és la segona part d'un curs d'introducció a les equacions diferencials. Igual que l'assignatura Equacions Diferencials i Modelització I, té una vessant teòrica (que es treballarà a les classes de teoria i de problemes) i una vessant aplicada, que s'introduirà a les classes de teoria i que es practicarà tant a classes de problemes com a les classes pràctiques. Es tracta de que els alumnes coneguin i sàpiguen utilitzar els conceptes de la teoria qualitativa d'equacions diferencials ordinàries al pla i que tinguin coneixement de les equacions en derivades parcials mes paradigmàtiques. Aquest semestre aplicarem molts dels resultats establerts i estudiats a la primera part de l'assignatura al mateix temps que apuntarem les noves eines i les aplicacions que caracteritzen l'estudi de les equacions diferencials esmentades.

Destreses a adquirir i resultats de l'aprenentatge específics de la matèria:

1. Dibuixar retrats de fase de sistemes lineals a $\mathbb{R}^n$, o sistemes autònoms al pla.
2. Analitzar la estabilitat dels punts crítics ja sigui via el teorema de linearització o usant funcions de Liapunov.
3. Estudiar les òrbites periòdiques d'equacions diferencials autònomes al pla.
4. Resoldre equacions en derivades parcials lineals i quasi-lineals de primer ordre usant el mètode de les característiques.
5. Resoldre equacions en derivades parcials de segon ordre usant el mètode de separació de variables.
6. Traduir problemes reals en termes de sistemes d'equacions diferencials ordinàries o d'equacions en derivades parcials.
7. Comprendre els fenòmens representats per equacions diferencials i interpretar les seves solucions.

Destreses generals i específiques del grau de Matemàtiques que es treballen a aquesta assignatura:

1. Transmetre coneixements, procediments, resultats i idees matemàtiques.
2. Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per a obtenir resultats nous.
3. Reconèixer la presència de les matemàtiques a d'altres disciplines.

4. Interpretar els resultats matemàtics en els models estudiats en la situació original modelada.

Competències

- Davant de situacions reals amb un nivell mig de complexitat, demanar i analitzar dades i informació rellevants, proposar i validar models utilitzant eines matemàtiques adequades per a, finalment, obtenir conclusions
- Distingir, davant d'un problema o situació, el que és substancial del qual és purament ocasional o circumstancial.
- Formular hipòtesis i imaginar estratègies per confirmar-les o refutar-les.
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Reconèixer la presència de les Matemàtiques en altres disciplines
- Seran capaços de transmetre coneixements, procediments, resultats i idees matemàtiques.
- Treballar en equip
- Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes

Resultats d'aprenentatge

1. Traduir alguns problemes reals en termes d'equacions diferencials ordinàries i equacions en derivades parcials.
2. Aplicar els principals mètodes per resoldre equacions diferencials ordinàries i algunes equacions en derivades parcials senzilles.
3. Estudiar el comportament de les solucions de sistemes d'equacions diferencials en funció dels paràmetres que els defineixen.
4. Extreure informació qualitativa sobre la solució d'una equació diferencial ordinària, sense necessitat de resoldre-la. Saber dibuixar retrats de fase senzills de sistemes d'equacions diferencials en el pla.

Continguts

L'assignatura està estructurada en dos temes. El primer tracta sobre teoria qualitativa de equacions diferencials lineals i de sistemes autònoms al pla. És una introducció del que després es podrà aprofundir a l'assignatura optativa de *Sistemes dinàmics*. El segon és un curs d'introducció a les equacions en derivades parcials i també té una continuïtat en l'optativa *d'Equacions en derivades parcials*.

3.1 Sistemes autònoms al pla.

- 3.1.1. Sistemes lineals dos dimensional al pla: nodes, selles, focus i centres. Retrat de fase de sistemes lineals a $\mathbb{R}^n$.
- 3.1.2. Sistemes autònoms a $\mathbb{R}^n$. Interpretació geomètrica. Estructura de les òrbites. Retrat de fase i conjugació.
- 3.1.3. Integrals primeres. Retrat de fase de sistemes integrables: sistemes potencials, sistemes conservatius, el model de Lotka-Volterra.
- 3.1.4. Sistemes no integrables: teorema del flux tubular, anàlisi qualitativa dels punts d'equilibri, comportament límit de les òrbites, funcions de Liapunov, Teorema de Bendixson-Poincaré. Cicles límit. Criteri de Bendixon-Dulac. Models a l'ecologia. Sistema de van der Pol.

3.2 Equacions en derivades parcials de primer ordre.

- 3.2.1. Introducció a les equacions en derivades parcials. Linealitat i superposició.
- 3.2.2. Equacions lineals i quasi-lineals de primer ordre.

3.3 Equacions en derivades parcials de segon ordre.

- 3.3.1. Equacions de la corda infinita. Principi de d'Alembert. Problemes de contorn.

- 3.3.2. L'equació de la calor. Problema de la barra infinita.
- 3.3.3. Separació de variables i sèries de Fourier.
- 3.3.4. L'equació de Laplace.

Metodologia

Farem tres tipus d'activitats presencials: classes teòriques, classes de problemes i classes pràctiques.

A les classes de teoria el professor, motivarà el temes d'estudi, explicarà la matèria i inclourà exemples representatius.

A les classes de problemes, el professor exposarà les solucions d'alguns problemes representatius que els alumnes ja hauran tingut temps de treballar prèviament i també fomentarà la participació activa dels estudiants. A les llistes de problemes ni haurà d'altres que no es resoldran a classe.

Es faran grups de tres alumnes i cada grup haurà d'entregar per escrit un total de 9 problemes (tres cada mes, els dies que s'anunciarà) de entre alguns problemes escollits de les llistes. Aquest problemes també s'hauran d'explicar al professor de problemes en entrevistes que es fixaran oportunament. A les entrevistes hi hauran d'anar els tres membres del grup, tots podran ser preguntats sobre la resolució del problema, i cada un dels tres alumnes serà el responsable principal de cada una de les tres entregues.

A les classes pràctiques s'estudiaran amb més detall tres temes relacionats amb el curs.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de teoria	30	1,2	1, 2, 3, 4
Problemes	15	0,6	1, 2, 3, 4
Tipus: Supervisades			
Classes pràctiques	6	0,24	1, 2, 3, 4
Tipus: Autònomes			
Estudi personal	89	3,56	1, 2, 3, 4

Avaluació

Un 30% de l'assignatura s'avaluarà de manera continuada mentre que el 70% restant es podrà recuperar al mes de juliol.

Avaluació continuada:

- Lliurament de tres blocs de problemes. Diem *PROB* la nota sobre 10 obtinguda pels tres blocs.
- Un examen de la primera part del curs. Diem *EP* la nota obtinguda sobre 10.

Avaluació recuperable:

- Un examen de tot el curs amb nota *EF*, també sobre 10.

Activitats voluntàries:

Els alumnes que realitzin activitats addicionals (com per exemple resoldre qüestions o desenvolupar treballs proposats pels professors) podran obtenir fins a un punt sumat a la qualificació final (sobre 10) obtinguda pel mètode explicat anteriorment. Nota X, sobre 1.

Qualificació del curs:

Nota de curs: $[(82-1'2 \text{ EP}) \text{ EF}+12 \text{ EP}+18 \text{ PROB}]/100+X$

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen de recuperació	70%	4	0,16	1, 2, 3, 4
Examen final	70%	4	0,16	1, 2, 3, 4
Examen parcial	12%	2	0,08	1, 2, 3, 4
Lliurament de problemes	18%	0	0	1, 2, 3, 4

Bibliografia

El textos bàsics per a la primera part del curs seran

"Ecuaciones diferenciales, sistemas dinámicos y álgebra lineal", Morris W. Hirsch, Stephen Smale, Alianza Universidad Textos, Madrid, 1983.

."Equações Diferenciais Ordinarias", J. Sotomayor. Material disponible al servei de fotocòpies.

Per al segon tema:

"Primer curso de ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES", Irene Peral, UAM, Madrid, 1995. (pdf accessible a la plan web del professor)

"EDP, um curso de graduação", Valéria Lóio, IMPA, Brasil, 2001.

Com a bibliografia complementària dels dos temes proposem:

"Models amb Equacions Diferencials", R. Martínez. Materials de la UAB no. 149. Bellaterra, 2004

"Equações Diferenciais: Teoria Qualitativa", L. Barreira i C. Valls, IST Press Lisboa 2010.

"Ecuaciones Diferenciales y Cálculo Variacional ", Lev Elsgoltz, Mir, Moscou, 1983.

"Apunts d'Equacions Diferencials", d'en Francesc Mañosas, UAB (accessible via el Campus Virtual)

"Ecuaciones diferenciales", V. Jimenez. Serie: enseñanza. Universidad de Murcia, 2000.

Análise de Fourier e equações diferenciais parciais", Djaró guedes de Figueiredo, IMPA, Brasil, 2000.

"Càlcul Infinitesimal amb Mètodes Numèrics i Aplicacions", C. Perelló. Enciclopèdia Catalana, 1994.

"Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera" „E. Boyce, y

R.C. Di Prima, Ed. Limusa, México, 1967.

"Partial Differential Equations", Lawrence C. Evans, GSM 19, AMS, Providence, 1991.

"Partial Differential Equations, An Introduction", Walter Strauss, Wiley, New York, 1992.