

Geometria diferencial**2012/2013**

Codi: 100107

Crèdits ECTS: 12

Titulació	Pla	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Graduat en Matemàtiques	777 Graduat en Matemàtiques	OB	3	2

Professor de contacte

Nom: Gil Solanes Farrés

Correu electrònic: Gil.Solanes@uab.cat

Utilització d'idiomes

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Algun grup íntegre en anglès: No

Algun grup íntegre en català: Sí

Algun grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Per assimilar tots els continguts de l'assignatura s'ha de tenir un coneixement previ de càlcul en diverses variables (derivació, integració, teorema de la funció implícita), d'equacions diferencials (teorema d'existència i unicitat de solucions), d'àlgebra i geometria lineals (diagonalització d'endomorfismes autoadjunts, formes quadràtiques, còniques i quàdriques) i topologia (homeomorfisme, índex d'una corba plana, característica d'Euler).

Objectius

Els conceptes i nocions de la geometria diferencial i del càlcul vectorial són bàsics per a la comprensió de la realitat física que ens envolta. També són importants les seves aplicacions tècniques en el camp de l'enginyeria, on els objectes d'estudi es poden representar geomètricament per elements no lineals de l'espai tridimensional $\mathbb{R}^3$, és a dir, bàsicament per corbes i superfícies.

L'objectiu principal és conèixer quines són les nocions geomètriques que permeten caracteritzar de manera teòrica la forma d'aquests elements (curvatura i torsió en el cas d'una corba, primera i segona forma fonamental en el cas d'una superfície), així com desenvolupar mètodes de càlcul de les seves característiques mètriques (longitud, àrea, etc.). També és important relacionar els invariants associats a una corba continguda en una superfície amb les nocions i magnituds pròpies d'aquesta última. Aquestes propietats seran tractades en els dos primers blocs de l'assignatura.

En el tercer bloc del curs s'introduiran les nocions clàssiques del càlcul vectorial: camps vectorials i les seves integrals de línia, superfície i volum així com els teoremes integrals de Green, Gauss i Stokes que les relacionen. Aquests resultats s'obtidran com a conseqüència del teorema de Stokes per a formes diferencials. Es presentaran nombroses aplicacions d'aquests teoremes, tant a la física com a la geometria.

Competències

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Hauran desenvolupat aquelles habilitats d'aprenentatge necessàries per emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia
- Reconèixer la presència de les Matemàtiques en altres disciplines
- Seran capaços de transmetre coneixements, procediments, resultats i idees matemàtiques.

Resultats d'aprenentatge

1. Aplicar les integrals de línia i superfície per reconèixer algunes propietats globals de corbes i superfícies.
2. Entendre les aplicacions del càlcul vectorial i de la geometria diferencial a problemes de la física.
3. Reconèixer la naturalesa dels punts d'una corba en $\mathbb{R}^3$. Càlcul de curvatura i torsió.
4. Reconèixer la naturalesa dels punts d'una superfície en $\mathbb{R}^3$. Càlcul de la curvatura de Gauss, curvatura mitjana i curvatures principals.
5. Saber plantejar i resoldre integrals curvilínies i integrals de superfície.
6. Usar algun tipus de programari científic per realitzar càlculs i visualitzar superfícies

Continguts

1. Corbes

- Parametritzacions i longitud.
- Corbes planes.
- Corbes a l'espai

2. Superfícies.

- Superfícies regulars.
- Primera forma fonamental.
- Aplicació de Gauss i segona forma fonamental.
- Curvatures.

3. Càlcul vectorial.

- Formes diferencials.
- Integració.
- Teorema de Stokes i aplicacions.
- Teorema de Gauss-Bonnet.

Metodologia

Cada setmana lectiva del curs es faran 3 sessions de 1 hora de teoria, 1 sessió de 1 hora de problemes i 1 sessió de 2 hores de seminari.

Com a norma general, a les classes de teoria primer s'introduiran els conceptes i després s'il·lustraran amb exemples abundants i alguns problemes típics.

Respecte de les classes de problemes, el primer que cal és que l'alumne pensi els problemes que se li proposen a les llistes de problemes. La situació ideal consisteix a anar a classe de problemes amb els problemes fets o estudiats en hores d'estudi. És poc útil observar com un altre persona fa els problemes; és com aprendre a tocar el piano veient com ho fa un altre!

Les sessions de seminari estan principalment dedicades a desenvolupar alguns temes per part de l'alumne, però també a aprofundir de forma autònoma en les qüestions tractades a classe de teoria. La dinàmica que proposem és la següent. Abans de la realització de cada sessió de seminari els professors faran públic un guió en el qual gurin els objectius de la sessió i una llista d'exercicis i observacions pautades a d'arribar-hi. Els alumnes l'hauran de llegir amb atenció i podran fer les cerques bibliogràfiques que considerin oportunes per tal de resoldre els exercicis proposats. Durant la sessió els professors poden resoldre dubtes puntuals però no faran exposicions magistrals. En nalitzar cada sessió els professors informaran als alumnes si han d'entregar un informe per escrit amb la resolució d'algunes de les qüestions formulades. Es demanarà un màxim de 5 informes de les 15 sessions de seminaris.

Al llarg del curs es farà una prova parcial per tal que l'alumne sàpiga si està assolint els objectius proposats i en cas necessari poder modificar tot allò que no funciona.

És important que l'alumne sigui capaç de prendre la iniciativa fent ús de la biblioteca. Alguns conceptes poden quedar més clars si veiem punts de vista d'altres autors. Aconsellem també l'ús del manipulador algebraic Maple per alleugerir alguns càlculs rutinaris i sobretot per obtenir representacions gràfiques que ajudin a l'alumne visualitzar tot tipus d'objectes geomètrics. D'aquest programa existeix una llicència de campus. També es poden consultar recursos disponibles a internet, alguns dels quals es suggeriran a classe.

L'assignatura disposarà d'un espai al Campus Virtual. Es posaran les llistes d'exercicis, guions de seminaris i material complementari. El Campus Virtual també es pot fer servir com a fòrum de discussió per tractar temes relacionats amb l'assignatura.

Un dels millors consells per gaudir del que es fa a classe és estudiar cada dia. Si portem al dia el temari les classes són més interessants i s'aprofiten més. Sobretot cal que els estudiants tinguin una actitud activa a classe, intentant seguir les explicacions i preguntant sempre que calgui. En tot cas el professor també podrà posar qüestions als alumnes per tal de poder decidir sobre l'adequat ritme del curs.

Per últim, i no menys important, no cal oblidar que hem de parlar matemàtiques; intentar dir amb precisió allò que ens passa pel cap. Per poder verbalitzar correctament l'enunciat d'un teorema, d'una definició o d'un problema estem obligats a tenir un coneixement profund d'allò que volem dir. És molt recomanable anar als despatxos a parlar amb els professors de l'assignatura. També és cert que parlar amb els companys sobre les matèries d'estudi pot tenir un efecte molt positiu.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	30	1,2	1, 2, 3, 4, 5
Classes de teoria	45	1,8	1, 2, 3, 4, 5
Tipus: Supervisades			
Classes de seminari	28	1,12	1, 2, 3, 4, 5, 6
Tipus: Autònomes			
Estudi personal	185	7,4	1, 2, 3, 4, 5, 6

Avaluació

L'avaluació es farà tenint en compte l'assimilació dels continguts teòrics i pràctics de l'assignatura així com el treball continuat al llarg del curs, sense perjudici de la metodologia particular emprada per cada alumne. La quantificació d'aquestes dades es farà mitjançant els indicadors donats per les notes següents (totes elles normalitzades sobre 10):

- Avaluació continuada.
 - A mitjans del semestre, en una data que s'anunciarà amb prou antelació, es realitzarà una prova de seguiment de l'assignatura per avaluar els continguts teòrics i pràctics treballats a les classes de teoria i problemes fins a uns dies abans, i que donarà lloc a una nota M .
 - Els professors de problemes i de pràctiques avaluaran el treball de cada alumne. Sigui P la mitjana d'aquestes qualificacions de problemes i de pràctiques.
- L'avaluació final, un cop acabat el període lectiu, es realitzarà mitjançant un examen de continguts principalment pràctics, basats en problemes del tipus que s'hagin tractat a classe. La nota d'aquest examen serà un nombre F .

La nota N de l'assignatura es calcularà amb la fórmula següent:

$$N = 0,2 P + 0,8 \max(F, 0,25 M + 0,75 F)$$

En cas que aquesta nota N sigui inferior a 5 s'optarà a un exàmen de recuperació. Si R és la nota resultant d'aquest examen, la nota definitiva de l'assignatura serà

$$N = 0,2 P + 0,8 R$$

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen de recuperació	0.8	4	0,16	1, 2, 3, 4, 5
Examen final	0.6	4	0,16	1, 2, 3, 4, 5
Examen parcial	0.2	4	0,16	3, 4
Lliurament de problemes i pràctiques	0.2	0	0	1, 2, 3, 4, 5, 6

Bibliografia

Manfredo P. do Carmo. Geometría diferencial de curvas y superficies. Alianza Editorial.

Joan Girbau. Geometria diferencial i relativitat. Manuals de la UAB.

Michael Spivak. Cálculo en Variedades. Ed. Reverté.

Sebastián Montiel i Antonio Ros. Curvas y superficies. Proyecto Sur.