

Anàlisi real i funcional

2012/2013

Codi: 100110

Crèdits ECTS: 6

Titulació	Pla	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Graduat en Matemàtiques	777 Graduat en Matemàtiques	OT	0	0

Professor de contacte

Nom: Albert Clop Ponte

Correu electrònic: Albert.Clop@uab.cat

Utilització d'idiomes

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Algun grup íntegre en anglès: No

Algun grup íntegre en català: Sí

Algun grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Tots els cursos anteriors de Càlcul i Anàlisi.

També és important un bon coneixement d'Àlgebra Lineal.

Objectius

Explicar els conceptes i els resultats fonamentals de la integral de Lebesgue a l'espai euclidià.

Presentar els mètodes de l'anàlisi funcional, en el context dels espais de Banach i de Hilbert.

Comprendre l'aplicabilitat de l'anàlisi funcional en la resolució d'equacions diferencials i d'equacions integrals, i també en la teoria del senyal.

Competències

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.
- Hauran desenvolupat aquelles habilitats d'aprenentatge necessàries per emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Utilitzar eficaçment bibliografia i recursos electrònics per obtenir informació

Resultats d'aprenentatge

1. Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
2. Comprendre el lenguaje y conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas de análisis matemático avanzado.
3. Comprendre la naturaleza de la integral de Lebesgue y sus ventajas frente a la integral de Riemann.
4. Entender el concepto de medida en $\mathbb{R}^n$ y su proceso de construcción.
5. Entender y saber reproducir los resultados básicos relativos a la transformada de Hilbert.
6. Formular conjeturas e imaginar estrategias para confirmar o rehusar estas conjeturas

7. Idear demostraciones de resultados matemáticos del área de análisis matemático.
8. Manejar con soltura los espacios de Hilbert más importantes y saber aplicar, en ellos, la teoría básica del Análisis Funcional.

Continguts

1. Limitacions de la integral de Riemann.
2. Mesura de Lebesgue. Teoria abstracta de la mesura.
3. Integral de Lebesgue. Teoria abstracta de la integral. Límit vs integral.
4. Teorema Fonamental del Càlcul. Teorema del canvi de variable.
5. Teorema de Fubini-Tonelli. Mesura producte. Integrals depenents d'un paràmetre.
6. Espais normats. Espais de Banach. Caracteritzacions.
7. Espais de successions. Espais de funcions. Espais de mesures.
8. Operadors lineals afitats. Norma d'un operador. La topologia dels operadors lineals afitats.
9. Funcionals lineals. Dual topològic d'un espai normat.
10. Espais de Hilbert. Teorema de la Projecció. Ortogonalitat.
11. Bases hilbertianes. Desigualtat de Bessel. Identitat de Parseval.
12. Sèries de Fourier. La base de Haar. Anàlisi multiresolució.
13. Operadors compactes. Teorema de Schauder. Operador adjunt.
14. Operadors compactes autoadjunts. Alternativa de Fredholm. Teorema espectral.
15. Aplicacions. Resolució d'equacions diferencials i equacions integrals.
16. Convergència de Sèries de Fourier. Teoremes de Féjer. Operadors invariants per translacions.
17. Aplicacions. Resolució d'equacions en derivades parcials.

Metodologia

Aquesta assignatura té 2 hores de teoria i 1 de problemes per setmana. També consta d'un total de 6 hores de seminaris al llarg del curs.

A les classes de teoria, ens preocuparem de motivar i de demostrar els resultats principals.

També serà important la contextualització d'aquests resultats en les possibles aplicacions.

A les classes de problemes i seminaris, resoldrem els exercicis de les llistes que els estudiants aniran rebent amb certa periodicitat.

Els seminaris, però, seran més informals, i el professor resoldrà els dubtes que plantegin els estudiants.

Els alumnes també disposaran d'unes hores de consulta al despatx del professor, per tal de consultar dubtes, discutir sobre mètodes, etc.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	15	0,6	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
Classes de teoria	30	1,2	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
Tipus: Supervisades			
Classes de seminari	5	0,2	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
Tipus: Autònomes			
Estudi personal	93	3,72	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Avaluació

Hi haurà un examen final de teoria i problemes a final de curs.

La part de teoria consistirà en presentar (per escrit) la demostració d'un teorema d'una llista que es farà saber durant el curs.

Els problemes de l'examen seran molt semblants als que es discutiran a classe de problemes i als de les llistes de problemes.

També hi haurà 3 examens parcials d'una hora.

La nota final de l'assignatura, N, es calcularà tot fent

$$N = \max(F, P)$$

essent F la nota de l'examen final, i P la següent mitjana ponderada

$$P = 0,4 F + 0,6 P_a$$

essent P_a la mitjana aritmètica dels 3 parcials.

Per tal de fer mitjana, cal tenir una nota major o igual que 3 en tots els parcials.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Exàmen final	40%	4	0,16	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
Exàmens parcials	60%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Bibliografia

J. Bruna, *Anàlisi Real*, UAB Servei de Publicacions, 1996.

J.M. Burgués, *Integració i càlcul vectorial*, UAB Servei de Publicacions, segona edició, 2002.

S. Lang, *Real and functional analysis*, Graduate texts in mathematics, Springer, 1993.

