

Geometria Riemanniana**2012/2013**

Codi: 100115

Crèdits ECTS: 6

Titulació	Pla	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Graduat en Matemàtiques	777 Graduat en Matemàtiques	OT	0	0

Professor de contacte

Nom: Marcel Nicolau Reig

Correu electrònic: Marcel.Nicolau@uab.cat

Utilització d'idiomes

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Algun grup íntegre en anglès: No

Algun grup íntegre en català: Sí

Algun grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Per a un bon seguiment de l'assignatura es recomana haver seguit les assignatures *Geometria Diferencial* així com *Topologia de Varietats*.

També s'utilitzaran coneixements d'anàlisi (*Càlcul en diverses variables i optimització*), de topologia (*Topologia*) i d'equacions diferencials (*Equacions Diferencials i Modelització I*).

Objectius

Una *varietat de Riemann* es una varietat diferenciable amb un producte escalar definit a l'espai tangent de cada punt. La geometria riemanniana s'ocupa d'estudiar aquests objectes, i va neixer com una generalització de la geometria intrínseca de les superfícies. Mes tard va mostrar-se com una eina ideal per a la formulació de la mecànica clàssica i sobretot de la teoria general de la relativitat. Mes recentment ha jugat un paper decisiu en la demostració de la conjectura de Poincaré.

Les dues nocions fonamentals en geometria riemanniana són la de curvatura i la de geodèsica. L'objectiu fonamental del curs és comprendre, geomètricament i fins on sigui possible, la interrelació entre aquestes dues nocions. En aquest sentit es considerarà l'efecte de la curvatura sobre el comportament de les geodèsiques i sobre la topologia de les varietats. S'estudiarà de manera especial la geometria de superfícies i la geometria hiperbòlica.

Competències

- Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Calcular, reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat
- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.
- Formular hipòtesis i imaginar estratègies per confirmar-les o refutar-les.
- Hauran desenvolupat aquelles habilitats d'aprenentatge necessàries per emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia
- Seran capaços de transmetre coneixements, procediments, resultats i idees matemàtiques.
- Utilitzar eficaçment bibliografia i recursos electrònics per obtenir informació

Resultats d'aprenentatge

1. Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
2. Comprendre el llenguatge abstracte i conèixer demostracions rigoroses de alguns teoremes de geometria i topologia avançades.
3. Formular conjetures i imaginar estratègies per confirmar o refusar aquestes conjetures
4. Idear demostracions de resultats matemàtics de l'àrea de geometria i topologia.

Continguts

1. Varietats de Riemann.

Varietats diferenciables. Espai tangent. Varietats de Riemann.

2. Geodesiques.

Geodesiques. Aplicació exponencial. Lema de Gauss. Teorema de Hopf-Rinow.

3. Curvatura.

Curvatura. Camps de Jacobi. Teorema de Hadamard.

4. Geometria hiperbòlica.

Metodologia

L'assignatura disposa de dues hores setmanals de classe de teoria i una de problemes. A més, al llarg del curs hi haurà tres seminaris de dues hores cadascun.

A les classes de teoria es donaran les eines necessàries per a la comprensió i resolució de problemes. S'introduiran les nocions fonamentals de la geometria riemanniana i es presentaran els resultats més importants de la teoria.

A les classes de problemes s'aprofundirà en l'assimilació i es millorarà la comprensió dels conceptes desenvolupats a les classes teòriques mitjançant la resolució de problemes teòrics i d'exercicis destinats a incrementar la destresa dels alumnes en els càlculs propis de la matèria. Aquest treball es farà a terme mitjançant les explicacions fetes pel professor a la pissarra i la participació activa dels estudiants en la discussió dels diferents arguments emprats per tal de solucionar els problemes. Les llistes de problemes seran lliurades als alumnes al llarg del quadrimestre.

Els seminaris es dedicaran a aprofundir en qüestions tractades a les classes de teoria i problemes. Els estudiants rebran un guió amb anterioritat a la realització de cada seminari. Durant la sessió, hauran de treballar de manera autònoma, si bé podran ser assessorats pels professors. Posteriorment, entregaran la solució als problemes treballats durant el seminari. Aquestes solucions seran corregides pels professors, donant lloc a una part de la nota d'avaluació continuada.

Paral·lelament, cada alumne elaborarà un treball sobre un tema escollit entre una llista proposada pels professors. Aquest treball s'entregarà per escrit, a més d'exposar-se a classe. La valoració d'ambdós aspectes (escrit i oral) també formarà part de l'avaluació continuada.

Es preveuen tutories individuals, o en grups reduïts, dels alumnes que ho desitgin en el despatx del professor.

Al final del curs l'alumne haurà rebut a les classes de teoria i problemes, així com als seminaris, tota la informació necessària (tant els enunciats com les seves demostracions), per a afrontar una prova final. Per tant recomanem a l'estudiant que aprofiti aquests recursos.

Aquesta assignatura també oferirà recursos mitjançant el Campus Virtual. En aquest anirem penjant els enunciats de les llistes de problemes i la resta de material que pugui complementar les classes de teoria i problemes.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	15	0,6	1, 2, 3, 4
Classes de teoria	30	1,2	1, 2, 3
Tipus: Supervisades			
Seminaris	6	0,24	1, 2, 3, 4
Tipus: Autònomes			
Estudi personal	43	1,72	1, 2, 3, 4
Preparació i exposició de treballs	16	0,64	1, 2, 3, 4
Resolució de problemes	30	1,2	1, 2, 3, 4

Avaluació

L'avaluació d'aquesta assignatura tindrà en compte l'assimilació dels continguts, així com el treball realitzat durant el curs. Concretament, la nota final s'obté per mitja ponderada entre la puntuació obtinguda al mòdul d'exàmens (60 %) i el resultat de l'avaluació continuada (40 %). Aquesta darrera s'obté fent la mitjana entre la puntuació obtinguda pel treball realitzat i exposat per l'alumne sobre un tema concret (50% de la nota d'avaluació continuada) i la puntuació obtinguda en els seminaris (50% de la nota d'avaluació continuada).

Un alumne serà qualificat com a "No presentat" si el pes de les activitats d'avaluació en les quals ha participat no supera el 50% del pes de l'avaluació continuada de l'assignatura.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen	0,60	4	0,16	1, 2, 3, 4
Examen de recuperació	1,00	4	0,16	1, 2, 3, 4
Lliurament de problemes	0,20	1	0,04	1, 2, 3, 4
Lliurament i exposició de treballs	0,20	1	0,04	1, 2, 3, 4

Bibliografia

- 1- Manfredo P. do Carmo, *Riemannian Geometry*. Birkhäuser, 1992.
- 2- Manfredo P. do Carmo, *Geometría diferencial de curvas y superficies*. Alianza Universidad, 1990.
- 3- S. Gallot, D. Hulin, J. Lafontaine, *Riemannian Geometry*. Springer-Verlag, 1990.
- 4- Joan Girbau, *Geometria diferencial i relativitat*. Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la U.A.B., 1993.
- 5- John M. Lee, *Riemannian Manifolds: an introduction to curvature*. Springer-Verlag, 1997.
- 6- M. Spivak, *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*. Publish or Perish Inc, 1979.