

Processos estocàstics**2012/2013**

Codi: 100116

Crèdits ECTS: 6

Titulació	Pla	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Graduat en Matemàtiques	777 Graduat en Matemàtiques	OT	0	0

Professor de contacte

Nom: Lluís Antoni Quer Sardanyons

Correu electrònic: LluísAntoni.Quer@uab.cat

Utilització d'idiomes

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Algun grup íntegre en anglès: No

Algun grup íntegre en català: Sí

Algun grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Com a requisits generals per a l'assignatura, citarem un bon coneixement a nivell pràctic d'Anàlisi i Càlcul, així com els rudiments de l'Àlgebra lineal i de les Equacions Diferencials. Com a requisits específics, només els rudiments de Teoria de la Probabilitat que s'introdueixen a l'assignatura de tercer curs, i els d'Anàlisi i Càlcul relacionats amb integració i sèries.

Objectius

L'objectiu d'aquesta assignatura és, d'una banda, introduir l'alumne en la part de la Teoria de la Probabilitat anomenada Teoria dels Processos Estocàstics, que té per objecte d'estudi els fenòmens aleatoris que evolucionen amb el temps o en l'espai. Els models per a aquests tipus de fenomen són els Processos Estocàstics, que estudiarem en aquesta assignatura. Veurem les generalitats bàsiques d'aquests models i estudiarem alguns models concrets.

S'estudiaran amb una mica de detall els que segurament són els processos estocàstics més estudiats i utilitzats: el procés de Wiener o moviment Brownià, i el Procés de Poisson. Es tractaran les Cadenes de Markov a temps discret (en general), amb dos exemples concrets: el Procés de Passeig Aleatori (s'estudiarà també el clàssic Problema de la ruïna del jugador), i el Procés de Ramificació de Galton-Watson. Veurem també algunes Cadenes de Markov a temps continu com, per exemple, el Procés de Poisson o els Processos de Naixement i Mort.

Competències

- Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
- Davant de situacions reals amb un nivell mig de complexitat, demanar i analitzar dades i informació rellevants, proposar i validar models utilitzant eines matemàtiques adequades per a, finalment, obtenir conclusions
- Distingir, davant d'un problema o situació, el que és substancial del qual és purament ocasional o circumstancial.

- Hauran desenvolupat aquelles habilitats d'aprenentatge necessàries per emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia
- Seran capaços de transmetre coneixements, procediments, resultats i idees matemàtiques.
- Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes
- Utilitzar eficaçment bibliografia i recursos electrònics per obtenir informació

Resultats d'aprenentatge

1. Comprender el lenguaje y conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas de probabilidad y estadística avanzadas.
2. Idear demostraciones de resultados matemáticos del área de probabilidad y estadística

Continguts

1. **Introducció i preliminars de Probabilitat.**
2. **Els processos de ramificació de Galton-Watson.**
3. **Teoria general.** Definició de procés estocàstic i exemples. Processos equivalents. Teorema de Kolmogorov. Diferents tipus de processos.
4. **Passeig aleatori.** Problema de la ruïna d'un jugador. Estudi del passeig aleatori.
5. **Cadenes de Markov a temps discret.** Cadenes de Markov amb probabilitats de transició estacionàries. Temps d'atur. Propietat forta de Markov. Estats recurrent i transitori. Gràfic d'una cadena. Classes d'equivalència. Període. Comportament asimptòtic. Distribucions estacionàries.
6. **Cadenes de Markov a temps continu.** El procés de Poisson. Matrius de transició. Processos de naixement i mort.
7. **El moviment Brownià.** Introducció històrica del moviment Brownià. Del passeig aleatori al moviment Brownià. Definició. Existència. Construcció de Paul Lévy. Algunes propietats del moviment Brownià i de les seves trajectòries.

Metodologia

Aquesta assignatura és quadrimestral i consta de dues hores de teoria i una hora de problemes a la setmana de classe presencial. A més a més hi haurà tres sessions de seminaris de dues hores.

La introducció de coneixements teòrics a la classe de teoria és fonamental per tal que l'alumne pugui entendre i assolir els fonaments de la Teoria de Processos Estocàstics que s'introdueix en aquesta assignatura. El coneixement de les nocions introduïdes a teoria, dels enunciat de les proposicions i teoremes, així com dels exemples d'aplicació, resulten fonamentals per tal que l'alumne pugui, a la classe de problemes, resoldre les qüestions plantejades mitjançant una metodologia semblant. Es treballarà l'estructura

definició-enunciat de teorema-demostració-aplicació, ja que és la manera que l'alumne pugui entendre i seguir els raonaments de la teoria matemàtica que s'està explicant, a la vegada que pugui veure i entendre com juguen els diferents elements de què es disposa a les demostracions de nous fets matemàtics, així com les hipòtesis que es necessita imposar. Naturalment, s'intenta estimular l'esperit crític davant qualsevol afirmació matemàtica, així com la intuïció de l'adequació dels diferents models matemàtics utilitzats a les situacions reals més diverses (físiques, biològiques, etc), gràcies a la realització de problemes aplicats a diferents àrees, on la modelització hi juga un paper molt important.

A les classes de problemes s'alternarà la resolució de problemes per part del professor

i, en un menor grau, el treball amb llistes de problemes per part dels estudiants. En aquest darrer cas, la resolució de problemes serà en tot moment supervisada pel professor de problemes, que farà tots els comentaris que consideri adients per tal de completar una millor comprensió del problema que s'estigui treballant. També tindrà cura de l'expressió tant oral com escrita dels alumnes. D'altra banda, en les sessions de seminaris, l'estudiant treballarà, sota la tutela del professor, alguns problemes de les llistes així com petites justificacions i demostracions que no s'hagin pogut dur a terme en les classes de teoria. Aquestes sessions permetran també que, tan professor com alumne, puguin ser conscients de l'evolució en l'assoliment dels conceptes i mètodes que s'introdueixen en les classes de teoria.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	14	0,56	1, 2
Classes de teoria	28	1,12	1, 2
Tipus: Supervisades			
Seminaris	6	0,24	2
Tipus: Autònomes			
Estudi de la teoria i realització de problemes	70	2,8	1, 2
Preparació d'exàmens	24	0,96	1, 2

Avaluació

Durant el semestre es realitzaran dos exàmens parcials. El primer tindrà lloc aproximadament a la meitat del curs i el segon es realitzarà la darrera setmana del curs. La nota final s'obtindrà fent la mitjana de les qualificacions dels dos parcials. En cas necessari, es programarà un examen de recuperació el dia establert per la coordinació com a examen final.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Primer examen parcial	50%	4	0,16	1, 2
Segon examen parcial	50%	4	0,16	1, 2

Bibliografia

1. W. Feller. Introducció a la teoria de probabilitats y sus aplicaciones, Vol I. John Wiley & Sons, 1988.
2. S. Karlin and M.H. Taylor. A First Course in Stochastic Processes. Academic Press, New York, 1975.

3. S. Karlin and M.H. Taylor. A Second Course in Stochastic Processes. Academic Press, New York, 1981.
4. G. F. Lawler. Introduction to Stochastic Processes. Chapman and Hall/CRC Probability Series, 1995.