

**Equacions en derivades parcials****2012/2013**

Codi: 100119

Crèdits ECTS: 6

| Titulació                       | Pla                         | Tipus | Curs | Semestre |
|---------------------------------|-----------------------------|-------|------|----------|
| 2500149 Graduat en Matemàtiques | 777 Graduat en Matemàtiques | OT    | 0    | 0        |

**Professor de contacte**

Nom: Angel Calsina Ballesta

Correu electrònic: Angel.Calsina@uab.cat

**Utilització d'idiomes**

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Algun grup íntegre en anglès: No

Algun grup íntegre en català: Sí

Algun grup íntegre en espanyol: No

**Prerequisits**

És convenient que l'alumne hagi seguit un curs previ d'equacions diferencials ordinàries així com un de càlcul vectorial. També és interessant una certa cultura de Física general.

**Objectius**

L'assignatura d'*Equacions en derivades parcials* es dedicarà a estudiar i ampliar els coneixements d'una de les eines matemàtiques més importants en les aplicacions de les matemàtiques en la ciència i la tecnologia. Basant-nos en les destreses adquirides a l'assignatura d'*Equacions Diferencials i Modelització II*, farem una introducció general d'algunes de les equacions en derivades parcials més importants en el desenvolupament històric de les matemàtiques i la física i farem un repàs d'algunes eines de càlcul vectorial importants per a la matèria.

Després, el primer gran objectiu de l'assignatura serà el de fer comprendre els aspectes més bàsics de equacions de primer ordre no lineals com les lleis de conservació. Amb aquesta meta recordarem els aspectes més bàsics del mètode de les característiques per les equacions quasi-lineals. Algunes de les aplicacions de aquests models com l'equació del trànsit, s'utilitzaran per visualitzar les dificultats de la modelització i l'aparició de manera natural de solucions en sentit generalitzat com ara xocs i ones d'enrarament.

L'altre objectiu principal serà comprendre les qüestions a analitzar en cadascuna de les equacions lineals "típiques" de segon ordre de la física matemàtica: potencial, calor i ones. L'èmfasi en aquesta part el posarem en aquells aspectes que poden ser generalitzats a equacions no lineals i de les tècniques més bàsiques del seu estudi.

Les classes de problemes tindran un pes important en aquesta assignatura. L'objectiu és que les classes de problemes siguin un complement per entendre millor els mètodes exposats a classe de teoria i també permetin proposar situacions de modelització diferents de les exposades a classe de teoria. A més els alumnes hauran de fer l'exposició a la pissarra durant la classe d'alguns dels problemes proposats. Aquesta és una destresa ineludible en un professional de les matemàtiques.

**Competències**

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic

- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.
- Hauran desenvolupat aquelles habilitats d'aprenentatge necessàries per emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Seran capaços de transmetre coneixements, procediments, resultats i idees matemàtiques.

## Resultats d'aprenentatge

1. Conocer la resolució de ciertos problemas teóricos así como conocer la existencia de ciertos problemas abiertos en la teoría de ecuaciones en derivadas parciales y de sistemas dinámicos
2. Saber aplicar las herramientas dinámicas descritas en las clases de teoría para describir procesos regidos por ecuaciones diferenciales.
3. Saber demostrar resultados de ecuaciones en derivadas parciales y sistemas dinámicos.

## Continguts

### 1. Introducció a les equacions en derivades parcials

- 1.1. Les equacions en derivades parcials a la Ciència, a la Tecnologia i a les Finances.
- 1.2. Conceptes bàsics: ordre, linealitat.
- 1.3. Elements d'Anàlisi vectorial: operadors diferencials. Els teoremes de Green, de la divergència de Gauss i de Stokes.
- 1.4. Equacions de la Física-Matemàtica: l'equació de la calor, l'equació de les ones, l'equació del potencial. Condicions inicials i condicions de contorn. Problemes estacionaris.

### 2. Equacions en derivades parcials de primer ordre

- 2.1. Equacions en derivades parcials de primer ordre lineals i quasilineals amb dues variables. El mètode de les característiques. El problema de valor inicial.
- 2.2. Introducció a les lleis de conservació. L'equació del trànsit. Alguns problemes de valor inicial. Ones d'enrarament i xocs. Condició d'entropia.
- 2.3. Equacions no lineals de primer ordre.

### 3. Equacions en derivades parcials semilineals de segon ordre

- 3.1. Formes canòniques de les equacions semilineals de segon ordre amb dues variables. Classificació.

### 4. L'equació de les ones

- 4.1. Ones unidimensionals. Fórmula de d'Alembert. Zones d'influència i de dependència. Reflexions.
- 4.2. L'equació de les ones en dimensió 2 i 3.

### 5. L'equació de la calor

- 5.1. L'equació de la calor a l'espai. La fórmula de Poisson. Regularitat
- 5.2. El principi del màxim. Unicitat de solució.

### 6. L'equació del potencial

- 6.1. Les funcions harmòniques. Propietats.
- 6.2. Els problemes de Dirichlet i de Neumann. Unicitat de solució
- 6.3. Funcions de Green.

## Metodologia

En aquesta assignatura s'imparteixen 2 hores setmanals de classe de teoria i una de problemes.

A les classes de teoria s'introduiran els diversos mètodes de resolució i s'estudiaran les

proprietats bàsiques d'aquests mètodes. També es veuran derivacions físiques de les principals equacions estudiades. A més es farà èmfasi en les propietats característiques dels tres tipus d'equacions de segon ordre amb dues variables. La classe de teoria serà essencialment expositiva per part del professor sense descartar la intervenció dels alumnes i es recolzarà mitjançant l'ús de gràfics a la pissarra i en transparències. El material del curs es penjarà en forma d'apunts a la pàgina web de l'assignatura del campus virtual.

Les classes de problemes es dedicaran a la resolució de problemes de caràcter pràctic que els alumnes desenvoluparan a la pissarra. Per a això es treballarà sobre llistes de problemes que s'aniran proporcionant prèviament a l'alumne al llarg del quadrimestre i que també es penjaran a la pàgina web.

## Activitats formatives

| Títol                      | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge |
|----------------------------|-------|------|--------------------------|
| <b>Tipus: Dirigides</b>    |       |      |                          |
| Classes de teoria          | 30    | 1,2  | 1, 2, 3                  |
| <b>Tipus: Supervisades</b> |       |      |                          |
| Classes de problemes       | 15    | 0,6  | 1, 2, 3                  |
| <b>Tipus: Autònomes</b>    |       |      |                          |
| Estudi                     | 47    | 1,88 | 1, 2, 3                  |
| Resolució de problemes     | 40    | 1,6  | 1, 2, 3                  |

## Avaluació

L'assignatura s'avaluarà principalment mitjançant un examen final.

Malgrat això un percentatge important de la qualificació s'obtindrà mitjançant el lliurament d'exercicis i la seva exposició a la classe de problemes.

## Activitats d'avaluació

| Títol                  | Pes         | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge |
|------------------------|-------------|-------|------|--------------------------|
| Examen                 | 60 per cent | 3     | 0,12 | 1, 2, 3                  |
| Examen de recuperació  | 60 per cent | 3     | 0,12 | 1, 2, 3                  |
| Exposició de problemes | 10 per cent | 2     | 0,08 | 1, 2, 3                  |
| Lliurament d'exercicis | 30 per cent | 10    | 0,4  | 1, 2, 3                  |

## Bibliografia

- B.M. Budak, A.A. Samarski, A.N. Tijonov, *Problemas de la física matemática*, Mir, 1984.  
 L. Elsgoltz, *Ecuaciones diferenciales y cálculo variacional*, Mir, 1992  
 L. C. Evans, *Partial Differential Equations, Graduate Studies in Mathematics* 19, AMS, 1998.  
 F. John, *Partial Differential Equations*, Springer-Verlag, 1980.

I. Peral, *Primer Curso de EDPs*, Addison-Wesley-UAM, 1995.

M. Renardy, R. C. Rogers, *An Introduction to partial differential equations*, Springer, 2004.

W. A. Strauss, *Partial Differential Equations: An Introduction*, John Wiley&Sons, 1992.

A.N. Tijonov, A. A. Samarsky, *Ecuaciones de la física matemática*, Mir, 1983.

V.S. Vladimirov, *Generalized functions in mathematical physics*, Mir, 1979

E.H. Zauderer, *Partial differential equations of applied mathematics*, Wiley- Interscience, 2006.