

## Matemàtiques II

2012/2013

Codi: 102344

Crèdits: 6

Titulació	Pla	Tipus	Curs	Semestre
2501572 Graduat en Administració i Direcció d'Empreses	950 Graduat en Administració i Direcció d'Empreses	FB	1	2
2501573 Graduat en Economia	952 Graduat en Economia	FB	1	2

### Professor de contacte

Nom: Xavier Martínez Giralt

Correu electrònic: Xavier.Martinez.Giralt@uab.cat

### Utilització d'idiomes

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Algun grup íntegre en anglès: No

Algun grup íntegre en català: Sí

Algun grup íntegre en espanyol: No

### Prerequisits

Per poder efectuar un bon seguiment d'aquesta assignatura caldrà saber manipular correctament els conceptes i eines matemàtiques bàsiques, així com haver assolit prèviament les nocions fonamentals de continuïtat, derivada i anàlisi i representació gràfica de funcions reals d'una variable real que es presenten i treballen al curs de Matemàtiques I.

### Objectius

En aquesta assignatura s'introdueix l'alumne a l'estudi de l'àlgebra lineal i de les funcions de diferents variables, posant èmfasi en les seves aplicacions en l'entorn de l'economia. L'alumne hauria de no només adquirir i assimilar nous coneixements matemàtics, sinó també ser capaç d'aplicar-los a l'anàlisi quantitativa que requerirà tant dins l'anàlisi econòmica com en d'altres matèries de l'àmbit empresarial.

Per tant, l'objectiu de l'assignatura és que l'alumne es familiaritzi amb les nocions matemàtiques bàsiques que després utilitzarà en l'estudi de la teoria i l'anàlisi econòmica.

En concret els objectius que es pretenen assolir són:

1. Familiaritzar l'estudiant amb l'espai euclidià n-dimensional.
2. Treballar amb determinants i matrius.
3. Resoldre sistemes d'equacions lineals.
4. Entendre les funcions de diferents variables i el seu paper en models econòmics més complexes.
5. Representar geomètricament funcions de dues variables fent ús dels mapes de corbes de nivell.
6. Entendre la noció de límit d'una funció en un punt i de funció contínua.
7. Entendre el Teorema de Weierstrass.
8. Familiaritzar l'estudiant amb les derivades parcials de les funcions de diferents variables i amb el concepte de diferenciabilitat.

9. Utilitzar les derivades parcials per a l'obtenció del pendent de la corba de nivell en un punt i per a realitzar exercicis d'estàtica comparativa.

10. Resoldre problemes d'optimització sense restriccions i amb restriccions d'igualtat.

## Competències

- Aplicar els instruments matemàtics per sintetitzar situacions econòmiques i empresarials complexes.
- Capacitat de comunicació oral i escrita en català, castellà i anglès, que permeti sintetitzar i presentar oralment i per escrit la feina feta.
- Capacitat de continuar aprenent en el futur de manera autònoma, aprofundint els coneixements adquirits o iniciant-se en noves àrees de coneixement.
- Demostrar que es comprèn el llenguatge matemàtic i alguns mètodes de demostració.
- Iniciativa i capacitat de treballar autònomament quan la situació ho demani.
- Organitzar la feina, pel que fa a una bona gestió del temps i a la seva ordenació i planificació.
- Utilitzar les tecnologies de la informació disponibles i adaptar-se als nous entorns tecnològics.

## Resultats d'aprenentatge

1. Aplicar els teoremes de la funció inversa i de la funció implícita a problemes concrets.
2. Calcular derivades de funcions mitjançant la regla de la cadena, el teorema de la funció implícita, etc.
3. Calcular determinants i descomposicions de matrius.
4. Calcular i estudiar extrems de funcions.
5. Capacitat de comunicació oral i escrita en català, castellà i anglès, que permeti sintetitzar i presentar oralment i per escrit la feina feta.
6. Capacitat de continuar aprenent en el futur de manera autònoma, aprofundint els coneixements adquirits o iniciant-se en noves àrees de coneixement.
7. Classificar matrius i aplicacions lineals segons diversos criteris (rang, formes diagonal i de Jordan).
8. Conèixer els resultats bàsics del càlcul diferencial en diverses variables reals.
9. Iniciativa i capacitat de treballar autònomament quan la situació ho demani.
10. Organitzar la feina, pel que fa a una bona gestió del temps i a la seva ordenació i planificació.
11. Plantejar i resoldre analíticament problemes d'optimització en l'àmbit de l'economia.
12. Resoldre i discutir sistemes d'equacions lineals.
13. Treballar amb diferents bases d'espais vectorials de dimensió finita.
14. Utilitzar les tecnologies de la informació disponibles i adaptar-se als nous entorns tecnològics.

## Continguts

### 1. Tema 1

*Objectiu: Explicar l'espai euclidià  $n$ -dimensional i les operacions bàsiques de vectors (suma de vectors, producte de vector per escalar i producte interior de dos vectors), les nocions de norma i distància euclidiana i les propietats bàsiques de conjunts (oberts, tancats, fitats, compactes i convexos).*

#### Tema 1 L'ESPAI EUCLIDIÀ $n$ -DIMENSIONAL

- 1.1. Vectors.
- 1.2. Suma de vectors.
- 1.3. Producte de vector per escalar.
- 1.4. Producte interior.
- 1.5. Propietats de les operacions bàsiques i les seves interpretacions geomètriques.
- 1.6. Norma euclidiana i les seves propietats.
- 1.7. Distància euclidiana i les seves propietats.
- 1.8. Conjunts oberts i tancats.
- 1.9. Conjunts fitats i compactes.
- 1.10. Conjunts convexos.

**Cas Pràctic:** Restriccions pressupostàries.

**Llibre:** Apartats 12.2, 12.3 i 12.4.

## 2. Tema 2

*Objectiu: Introduir les nocions bàsiques d'àlgebra lineal: dependència i independència lineal de vectors, matrius, determinants, matrius inverses i sistemes d'equacions lineals.*

### Tema 2 **ÀLGEBRA LINEAL**

2.1. Dependència i independència lineal de vectors.

2.2. Matrius, determinants, matrius inverses i rang.

2.3. Teorema de Rouché-Fröbenius.

2.4. Resolució de sistemes d'equacions lineals: regla de Cramer, resolució per Gauss.

**Cas Pràctic:** Càlcul de determinants, matrius inverses i solucions de sistemes d'equacions lineals.

**Llibre:** Capítols 12, 13 i 14.

## 3. Tema 3

*Objectiu: Introduir les funcions de varies variables com a instrument per a descriure les relacions entre variables econòmiques. Representar les funcions de varies variables gràficament a partir de les seves corbes de nivell.*

### Tema 3 **FUNCIONS DE VARIES VARIABLES. REPRESENTACIÓ GRÀFICA I CORBES DE NIVELL**

3.1. Funcions de varies variables.

3.2. Funcions components.

3.3. Domini de la funció.

3.4. Funcions lineals i matrius associades.

3.5. Formes quadràtiques

3.5. Corba de nivell.

3.6. Mapa de corbes de nivell.

**Cas Pràctic:** Funcions de producció, funcions d'utilitat i funcions de salari. Funcions Cobb-Douglas, lineals, Leontiev i quasi-lineals.

**Llibre:** Capítol 15

## 4. Tema 4

*Objectiu: Definir el límit d'una funció en un punt (i estudiar les seves propietats bàsiques), els límits direccionals i les funcions contínues (i estudiar les seves propietats). Presentar el Teorema de Weierstrass i donar les propietats geomètriques dels òptims restringits a partir de la representació gràfica de la restricció i del mapa de corbes de nivell de la funció.*

### Tema 4: **LÍMIT D'UNA FUNCIÓ EN UN PUNT I CONTINUÏTAT. TEOREMA DE WEIERSTRASS**

4.1. Límit d'una funció en un punt.

4.2. Propietats del límit d'una funció en un punt.

4.3. Límits direccionals.

4.4. Concepte de funció contínua.

4.5. Funcions contínues i límits direccionals.

4.6. Teorema de Weierstrass.

**Cas Pràctic:** Obtenció, per procediments geomètrics, dels màxims de diverses funcions d'interès en l'àmbit de l'economia i l'empresa

**Llibre:** Apartats 4.4, 6.1, 6.2 i 17.3.

## 5. Tema 5

*Objectiu: Definir les derivades direccionals i parcials de les funcions de varies variables, interpretant el seu significat. Presentar el vector gradient d'una funció en un punt i assenyalar-la seva interpretació geomètrica en relació al creixement de la funció en el punt. Definir la matriu jacobiana. Definir el diferencial d'una funció en un punt i les funcions diferenciables. Presentar la regla de la cadena, les derivades d'ordre superior, el hessià i el Teorema de Schwartz.*

### Tema 5: **DERIVADES PARCIALS I FUNCIONS DIFERENCIABLES**

5.1. Derivada de una funció en un punt en la direcció d'un vector unitari.

5.2. Derivades parcials en un punt.

5.3. Funcions derivades parcials.

5.4. Gradient de la funció en un punt. Interpretació geomètrica i derivades direccionals.

5.5. Jacobià de la funció en un punt.

5.6. Funcions diferenciables. Continuïtat de les funcions derivades parcials.

5.7. Regla de la cadena.

5.8. Derivades superiors, hessià i Teorema de Schwartz.

**Cas Pràctic:** Obtenció i interpretació geomètrica dels gradients de diverses funcions d'interès en l'àmbit de

l'economia i l'empresa

**Llibre:** Capítols 15 i 16.

### 6. Tema 6

*Objectiu: Presentar el Teorema de la funció implícita i el Teorema de la funció inversa com a instruments per a l'obtenció de l'aproximació lineal a la corba de nivell de la funció en un punt i per fer els exercicis d'estàtica comparativa, respectivament.*

Tema 6: **TEOREMA DE LA FUNCIO IMPLÍCITA I TEOREMA DE LA FUNCIO INVERSA**

6.1. Teorema de la funció implícita.

6.2. Teorema de la funció inversa.

6.3. Aplicacions i intuïcions geomètriques.

**Cas Pràctic:** Obtenció del pendent de la corba de nivell de diverses funcions d'interès en l'àmbit de l'economia i l'empresa. Exercicis d'estàtica comparativa en diversos models econòmics bàsics.

**Llibre:** Apartat 16.3.

### 7. Tema 7

*Objectiu: Donar les tècniques fonamentals per a l'obtenció d'òptims de funcions de varies variables i introduir les nocions de funcions còncaues i convexes.*

Tema 7: **OPTIMITZACIÓ SENSE RESTRICCIONS**

7.1. Òptims locals i globals.

7.2. Condicions de primer i segon ordre per dels òptims locals.

7.3. Òptims globals de funcions còncaues i convexes.

**Cas Pràctic:** Determinació d'extremes i estudi de la concavitat i convexitat de diverses funcions d'interès en l'àmbit de l'economia i l'empresa.

**Llibre:** Capítol 17.

### 8. Tema 8

*Objectiu: Donar les tècniques fonamentals per l'optimització de funcions de diferents variables amb restriccions d'igualtat i introduir el Teorema de Lagrange.*

Tema 8: **OPTIMITZACIÓ AMB RESTRICCIONS D'IGUALTAT**

8.1. Programes de maximització i minimització amb restriccions d'igualtat.

8.2. Òptims restringits locals. Teorema de Lagrange.

8.3. Òptims restringits globals de funcions còncaues i convexes.

**Cas Pràctic:** Resolució de diversos problemes d'optimització en l'entorn de l'economia i l'empresa

**Llibre:** Capítol 18

## Metodologia

Les activitats que permetran l'assimilació per part de l'alumne dels conceptes bàsics del curs seran:

### 1. Classes teòriques on els professors desenvoluparan els principals conceptes.

L'objectiu d'aquesta activitat és presentar les nocions fonamentals i facilitar l'aprenentatge de l'alumne posant èmfasi en les aplicacions econòmiques de les matemàtiques apreses.

### 2. Docència tutelada on els professors aplicaran els conceptes estudiats a famílies concretes de funcions de diferents variables.

L'objectiu d'aquesta activitat és potenciar la independència de l'alumne en el procés d'aprenentatge aplicant els conceptes teòrics a famílies de funcions de varies variables.

### 3. Resolució de llistes de problemes per part dels alumnes

Cada tema tindrà associat una llista de problemes que haurà de ser resolta de manera autònoma. L'objectiu d'aquesta activitat es doble, ja que per una banda pretén que l'alumne assimili els conceptes teòrics exposats a classe i per l'altra que adquireixi la destresa necessària per a resoldre problemes.

Es potenciarà la resolució cooperativa de problemes, en el marc de grups de treball de 3 o 4 estudiants, que siguin estables durant tot el semestre, i que col·laborin en el treball en equip per a superar dificultats que

puguin tenir alguns dels seus components.

#### 4. Classes de problemes on es discutirà la resolució dels problemes

Aquesta activitat té com a finalitat comentar i resoldre els dubtes que els alumnes hagin pogut tenir durant la resolució dels problemes per tal que aquests puguin entendre i al mateix temps corregir els possibles errors comesos.

#### 5. Tutories presencials

L'alumne disposarà d'unes hores on els professors de l'assignatura podran resoldre els dubtes de manera presencial.

### Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
<b>Tipus: Dirigides</b>			
Classes de teoria	30	1,2	1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 7, 7, 8, 8, 11, 11, 12, 12, 13, 13
Preparació i resolució d'exercicis	15	0,6	1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 8, 9, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 13, 13, 14, 14
<b>Tipus: Supervisades</b>			
Seguiment del treball a realitzar	3	0,12	1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 13, 13, 14, 14
Tutories	7	0,28	1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 13, 13, 14, 14
<b>Tipus: Autònomes</b>			
Estudi	90	3,6	1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 13, 13, 14, 14

### Avaluació

Activitats i instruments emprats en l'avaluació:

#### 1. Proves escrites individuals

S'efectuaran 2 proves escrites individuals, a realitzar en la sisena setmana (aproximadament); la segona prova es realitzarà en la setmana 12 (aproximadament). En les proves no es permetrà consultar cap tipus de material d'ajud, i en cadascuna el temps màxim de resolució serà de 40 minuts.

#### 2. Un examen final

L'examen està dissenyat perquè l'estudiant es vegi forçat a realitzar un últim esforç d'aprenentatge que és necessari per a consolidar els coneixements prèviament adquirits. Així, amb aquest sistema d'avaluació doble es pretén garantir l'èxit en el procés d'aprenentatge del major nombre possible d'alumnes.

L'examen final inclou tota la matèria del curs, i tots els alumnes l'han de resoldre íntegrament. El temps de resolució màxim serà de 2 hores. Durant l'examen no es permetrà consultar cap tipus de material d'ajud.

#### 3. Lliurament d'exercicis

Si s'escau, es demanarà la resolució d'un màxim de dues llistes de problemes. Aquesta activitat es realitzarà com a treball d'equip. Un equip estarà format per un mínim de tres persones i un màxim de sis.

Tots els alumnes tenen l'obligació de realitzar els examens i dem'es tasques avaluables en les dates assenyalades en el calendari de l'assignatura. En cap cas no es podran fer proves extraordinàries fora de les dates indicades.

*Criteris d'avaluació:*

(a) La nota final de l'assignatura s'obté a partir de les qualificacions obtingudes a les proves escrites individuals, i a l'examen final. Puntuant cada una de les dues activitats amb un valor entre 0 i 10, la qualificació final s'obté del càlcul següent:

$$\text{NOTA FINAL} = 60\% (\text{proves escrites}) + 40\% (\text{examen final})$$

La ponderació de cada una de les dues proves escrites serà la mateixa (20%). Si es fan llistes de problemes, aquestesponderaran el 20% de la nota final. En aquest cas les proves escrites reduiran la seva ponderació al 40%.

(b) L'assignatura es considerarà superada si la nota final es igual o superior a 5.

(c) Per aquells estudiants que en l'avaluació hagin obtingut una nota que sigui igual o superior a 4 i inferior a 5 hi haurà una re-avaluació. En el moment de publicar les qualificacions finals s'anunciarà la modalitat de la mateixa. Aquesta re-avaluació estarà programada en el calendari d'exàmens de la Facultat. L'estudiant que es presenti i la superi aprovarà l'assignatura amb una nota de 5. En cas contrari mantindrà la mateixa nota.

(d) Un alumne es considera que està "No Presentat" a la assignatura sempre i quan no hagi participat de cap de les activitats d'avaluació. Per tant, es considera que un estudiant que realitza ALGUNA component d'avaluació continuada ja no pot optar a un NO PRESENTAT.

### Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen final	40%	3	0,12	1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 7, 7, 8, 8, 11, 11, 12, 12, 13, 13
Proves escrites durant el semestre	60%	2	0,08	1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 13, 13, 14, 14

### Bibliografia

#### Bibliografia bàsica

El manual que a continuació es detalla serà el llibre de referència per a seguir els temes que conformen l'assignatura de MATEMÀTIQUES II.

**Sydsaeter, K., P.J. Hammond, i A. Carvajal, 2012, *Matemáticas para el Análisis Económico*. Ed. Prentice Hall, Madrid.**

Aquest és un manual de gran acceptació i tradició i que gràcies a les seves renovades edicions ha aconseguit ser un referent. A més, cobreix el temari de l'assignatura Matemàtiques per a Economistes I. És un text complet, assequible i dirigit a les aplicacions econòmiques.

#### Bibliografia complementària

Els manuals que es detallen a continuació poden ser de gran utilitat a per l'alumne, ja sigui perquè desitgi complementar les explicacions exposades en el manual de referència o perquè vulgui ampliar els seus coneixements.

**Alegre, P., L. Jorba, F.J. Orti, G. Rodriguez, J.B. Saez, T. Sancho i A. Terceño, 2000, *Ejercicios Resueltos de Matemáticas Empresariales II*. Editorial Alfacentauro, Madrid.**

**Besada, M., F.J. García, M.A. Mirás i M.C. Vázquez, 2001, *Cálculo de varias variables. Cuestiones y ejercicios resueltos*, Ed. Prentice Hall, Madrid.**

**Chiang, A.C., 2006, *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*, Ed. McGraw-Hill, Madrid.**

**Larson, R. i R. Hostetler i B. Edwards, 2006, *Cálculo II de varias variables*, Ed. Mc Graw Hill, Méjico.**

Al web de l'assignatura al campus virtual s'afegirà material complementari a criteri del professorat de la mateixa.