

Grafs i Complexitat

IMPORTANT: Degut a la implantació del nou Grau en Enginyeria Informàtica, que comporta l'extinció dels estudis d'Enginyeria Tècnica en Informàtica de Sistemes i d'Enginyeria Tècnica en Informàtica de Gestió, el curs acadèmic 2012/13 les assignatures de segon curs d'aquestes dues titulacions s'impartiran sense classes presencials. Només hi ha tutories virtuals i les dues convocatòries d'examen. De tota manera, per a aquesta assignatura, es dona una altra opció: seguir les classes de Matemàtica Discreta del primer curs del Grau i examinar-se d'aquesta assignatura convalidant la nota. En cas de no superar l'assignatura, hi haurà una segona convocatòria que consistirà en un examen final. Això és possible atesa la gran similitud de continguts entre "Matemàtica Discreta" i "Grafs i Complexitat".

Codi	Tipus	Curs/semestre	Crèdits ECTS
21295	Optativa Semestral	2n curs / 2n semestre	5

Professor: Joaquim Borges, despatx S/260 (Sabadell) i QC-2037 (Bellaterra).
Email: quim@deic.uab.cat Tel. 93 581 1861

Coordinador: Joaquim Borges

Objectius

Es poden resumir en quatre:

- Introduir un conjunt d'eines formals, basades en els grafs, per a la representació i l'anàlisi de problemes d'optimització.
- Estudiar algunes de les propietats bàsiques dels tipus principals de grafs per tal de poder-les aplicar a la resolució de problemes pràctics.
- Mostrar una alternativa algorísmica rigorosa a la resolució intuïtiva (i sovint errònia) de problemes tan senzills d'enunciar com difícils de resoldre.
- Introduir des d'un punt de vista aplicat a l'anàlisi algorísmica (complexitat d'un algorisme) i la teoria de la complexitat (problemes tractables, intractables, etc.).

Les habilitats que s'aniran desenvolupant al llarg de l'assignatura són:

- Aprendre les propietats dels grafs com a model.
- Representar problemes mitjançant grafs.
- Aplicar esquemes algorísmics seqüencials clàssics (de cerca i de recorregut) per a la resolució de problemes de grafs.
- Conèixer problemes clàssics de grafs i noves tècniques de resolució de problemes.
- Assumir l'existència de problemes de difícil resolució en la pràctica i analitzar les diverses alternatives per a obtenir solucions factibles per a problemes intractables.

Les competències generals de la titulació que es pretén desenvolupar en aquesta assignatura són les següents:

- Resolució de problemes.
- Comunicació oral i escrita.
- Comportament ètic.
- Constància en el treball.
- Capacitat d'anàlisi i de síntesi.
- Raonament crític.

Capacitats prèvies

Coneixements bàsics d'algorismes i de matemàtiques.

Continguts

1. Introducció i fonaments

1. Definicions bàsiques
2. Existència de grafs amb una seqüència de graus fixada: teorema dels graus i conseqüència; teorema de Havel i Hakimi
3. Tipus de grafs, subgrafs i propietats
4. Existència de grafs plans: fórmula d'Euler i conseqüències; caracterització de Kuratowski
5. Representació de grafs: matriu d'adjacència i llista d'adjacències

Introduir el model de graf, conèixer els tipus de grafs més usuals i algunes de les seves propietats.

2. Connectivitat, arbres i camins

1. Determinar si un graf és connex
2. Arbres generadors: seqüències de Prüfer
3. Trobar un arbre generador de cost mínim en un graf: mètodes de Kruskal i de Prim
4. Trobar el camí de cost mínim que uneix dos vèrtexs d'un graf: mètodes de Ford i de Dijkstra
5. Trobar tots els camins entre cada parell de vèrtexs: algorisme de Floyd.

Algorismes bàsics de grafs que produeixen un arbre generador. Algorismes semblants per a resoldre problemes diversos. Anàlisi de la complexitat dels algorismes.

3. Circuits eulerians i circuits hamiltonians

1. Determinar si un graf és eulerià: teorema d'Euler
2. El problema del carter xinès
3. Determinar si un graf és hamiltonià: mètode de Robert i Flores
4. Introducció intuïtiva a la teoria de la complexitat: problemes tractables i intractables
5. El problema del viatjant: algorisme d'aproximació basat en l'aparellament perfecte òptim.

Problemes tan semblants, però tan diferents: tractabilitat i intractabilitat.

4. Coloració de vèrtexs

1. Independència, cobertura i coloració
2. Fites per al nombre cromàtic dels vèrtexs
3. De quantes maneres podem pintar un graf si disposem de k colors: el polinomi cromàtic
4. Coloració dels grafs plans: tot mapa és 4-colorable.

Un altre problema intractable. La demostració més famosa de la teoria de grafs.

Metodologia docent

Al principi de curs es proporcionarà als estudiants una llista d'exercicis corresponent a tots els temes. A través del Campus Virtual pactarem una trobada presencial cap a principi de curs i una altra cap a finals del curs. Es recorda que hi ha la possibilitat de seguir l'assignatura Matemàtica Discreta del Grau i examinar-se en les condicions que s'estableixin en aquesta assignatura tenint, això sí, dues convocatòries.

Avaluació

Hi haurà dues convocatòries que consistiran cadascuna en un examen final.

Per als estudiants que segueixin l'assignatura de Matemàtica Discreta, podran examinar-se d'aquesta assignatura i disposaran d'una segona convocatòria que consistirà en un examen final.

Bibliografia bàsica

- BASART, J.M. (1998) [1994]. *Grafs: fonaments i algorismes*. Manuals de la UAB, 13. Publicacions de la UAB. ISBN 84-490-1420-4.
- COMELLAS, F. (1996). *Matemàtica discreta*. Politext 26, Edicions UPC. ISBN 84-8301-062-3.
- GIBBONS, A. (1985). *Algorithmic Graph Theory*. Cambridge University Press. ISBN 0-521-24659-8.
- GIMBERT, J. *et al.* (1998). *Apropament a la teoria de grafs i als seus algorismes*. Edicions de la Universitat de Lleida, Eines, 23. ISBN 84-89727-65-1.
- GRIMALDI, R.P. (1989). *Matemáticas discreta y combinatoria*. Addison-Wesley Iberoamericana. ISBN 0-201-64406-1.
- GARCÍA M., F. *et al.* *Problemas resueltos de matemática discreta*. Thomson. ISBN 84-9732-210-X.

Bibliografia complementària

- BERGE, C. (1991). *Graphs*. North-Holland. ISBN 0-444-87603-0.
- McHUGH, J.A. (1990). *Algorithmic Graph Theory*. Prentice-Hall International. ISBN 0-13-019092-6.
- WILSON, R.J. (1990). *Introduction to Graph Theory*. Longman Scientific & Technical. ISBN 0-582-44685-6.

Enllaços web

Simulacions:

- JavaGraph Applet que simula diversos algorismes de grafs.
- Algorisme de Dijkstra Una simulació de l'algorisme de Dijkstra.

Adreces:

- Graph Theory Lessons Lliçons de grafs per l'autor del programa *Petersen*.
- Graph Theory Tutorials Tutorials interactius introductoris a la teoria de grafs.
- Graph Theory Edició electrònica del llibre *Graph Theory* de Reinhard Diestel.
- Graphviz - open source graph drawing software Projecte internacional de representació de grafs.