

Anàlisi harmònica

2013/2014

Codi: 100111

Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OT	4	0

Professor de contacte

Nom: Joaquim Bruna Floris

Correu electrònic: Joaquim.Bruna@uab.cat

Utilització d'idiomes

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Algun grup íntegre en anglès: No

Algun grup íntegre en català: Sí

Algun grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Els únics prerequisits essencials són els cursos de càlcul diferencial i integral en una i diverses variables i els cursos d'àlgebra lineal.

Objectius

L'assignatura és una introducció a l'anàlisi harmònica, que aquí entenem com l'"àlgebra lineal dels espais de funcions". Les funcions o senyals, en una o varies variables, com es manipulen a la pràctica? Parlarem de bases dels espais de funcions, és a dir, funcions senzilles a partir de les quals, per superposició, s'obtenen totes les funcions. Entre elles, parlarem de la base de Fourier de les funcions periòdiques (sèries de Fourier), de la base de Fourier de les funcions no periòdiques (integrals de Fourier), i de les modernes teories en anàlisi temps-freqüència (Gaborlets) i las bases d'ondetes (wavelets) en 1D i en 2D. L'objectiu és entendre perquè són útils cadascuna d'elles, i en particular les aplicacions de les ondetes al tractament d'imatges. Un objectiu és també el tema del mostreig de les funcions, doncs a la pràctica una funció és una senyal finit de mida molt gran, i entendre com es fa a la pràctica el càlcul dels coeficients en aquestes bases (anàlisi) i la reconstrucció en termes dels coeficients (síntesi). En aquesta línia, veurem els algorismes de la Fast Fourier transform i la Fast Wavelet Transform.

Competències

- Matemàtiques
- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.
- Utilitzar eficaçment bibliografia i recursos electrònics per obtenir informació

Resultats d'aprenentatge

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Comprender el lenguaje y conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas de análisis matemático avanzado.
- Formular conjeturas e imaginar estrategias para confirmar o rehusar estas conjeturas
- Idear demostraciones de resultados matemáticos del área de análisis matemático.

Continguts

- 1- Bases Hilbertianes en espais de Hilbert. Sèries de Fourier, d'on surten. Tipus de convergència. Aplicacions
- 2- Transformada i cotransformada de Fourier. Operadors invariants per translacions, diagonalització simultània en la base de Fourier. Senyals i filtres causals, transformada de Laplace. Aplicacions a EDO's i EDP's. Principis d'incertesa
- 3- Mostreig de funcions de banda limitada (teorema de Shannon). La Finite Fourier transform i la Fast Fourier transform. Aplicacions
4. La transformada de Fourier amb finestra mòbil, anàlisi temps-freqüència. Frames de gaborlets. Espectrogrames.
5. La transformació en ondetes (wavelets) contínua. Bases i frames d'ondetes. Els anàlisi multiresolució i l'aproximació lineal. Perquè són tan útils les ondetes?
6. Altres temes (per a fer treballs): Fonaments matemàtics de la tomografia computeritzada (transformada de Radon). La transformació de Fourier en òptica i cristallografia. Anàlisi Harmònica abstracta sobre grups. Teoria de distribucions i anàlisi harmònica. Solucions fonamentals d'EDP's lineals.

Principis d'incertesa en anàlisi de Fourier i en anàlisi temps-freqüència. Sèries de Fourier no harmòniques. Els harmònics esfèrics.....

Metodologia

La part presencial de l'assignatura consta formalment de 30 hores de classes de teoria i 20 hores de problemes i seminaris, però en la pràctica farem les 50 hores dedicades a fer-ho tot barrejat.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes teòriques	30	1,2	2, 3, 4
Tipus: Supervisades			
Problemes i seminaris	20	0,8	2, 3, 4
Tipus: Autònomes			
Resolució de problemes, ús de software relacionat, exposició de temes, estudi	95	3,8	2, 3, 4

Avaluació

L'assignatura es pot superar mitjançant el lliurament de problemes, l'elaboració i exposició d'un treball, i un examen teòric-pràctic (avaluació continuada), amb els pesos especificats més amunt. Els alumnes que no superin l'assignatura mitjançant l'avaluació continuada ho podran fer amb un examen final de recuperació. Les possibles matrícules d'honor s'atorgaran a partir de la qualificació de l'avaluació continuada. Només s'atorgaran matrícules a l'examen de recuperació si no han estat esgotades abans.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Problemes per a entregar	30%	0	0	1, 2, 3, 4
exàmen de fi de quadrimestre	40%	2	0,08	1, 2, 4
exàmen final de recuperació	100%	2	0,08	1, 2, 4
treball i exposició	30%	1	0,04	1, 2, 3, 4

Bibliografia

- 1- C. Gasquet i P. Witomski. Fourier Analysis and applications. Springer Verlag, 1999.
- 2.- J. Bruna, Anàlisi Real, Materials UAB, número 26
- 3.- S. Mallat, A wavelet tour in Signal Analysis, Academic press 1999
- 4.- Enrique Gonzalez-Velasco, Fourier Analysis and Boundary value problems, Academic press 1995