

Funcions de variable real**2014/2015**

Codi: 100087

Crèdits: 12

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	FB	1	A

Professor de contacte

Nom: José González Llorente

Correu electrònic: Jose.Gonzalez@uab.cat

Utilització de llengües

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

Equip docent

Julià Cufí Sobregrau

Joaquin Martin Pedret

Antonio L. Baisón Olmo

Prerequisits

Per tal que un alumne pugui cursar l'assignatura és imprescindible que tingui una certa destresa en la manipulació algebraica de fraccions, expressions que continguin arrels i potències, resolució de sistemes lineals i aritmètica bàsica de números i polinomis. També és molt aconsellable que l'estudiant tingui coneixements de trigonometria, que sàpiga les raons trigonomètriques de la suma i de l'angle doble. Finalment, és d'esperar que l'estudiant pugui fer, sense gaire dificultat, la representació gràfica de funcions relativament senzilles d'una variable. Pressuposem també que la persona que cursa aquesta assignatura està familiaritzada amb raonaments de tipus lògic, que sap negar frases o proposicions, etc, i que coneix les tècniques bàsiques per a derivar i integrar funcions.

El requisit més important és, però, una gran curiositat per entendre i aprofundir en els conceptes que s'estudiaran.

Objectius

A nivell de coneixements, l'objectiu de l'assignatura és que l'estudiant aprengui sòlidament els conceptes bàsics del Càlcul Infinitesimal: les funcions de variable discreta (successions) o contínua, el concepte de canvi (límits, derivades) i la teoria d'integració. A nivell de competències, també és un objectiu en si mateix que assolixi una certa destresa en la manipulació i càlcul de límits, derivades i integrals i sàpiga aplicar els teoremes bàsics d'aquesta teoria. Finalment, hi ha també un objectiu formatiu de caràcter genèric: que l'alumne comenci a desenvolupar la capacitat d'anàlisi i de raonar rigorosament.

Competències

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Calcular, reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat

- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
- Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
- Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes

Resultats d'aprenentatge

1. Assimilar els conceptes i el objectes matemàtiques propis de l'assignatura, que apareixen als seus continguts.
2. Calcular derivades de funcions mitjançant la regla de la cadena, el Teorema de la Funció Implícita, etc.
3. Calcular i estudiar extrems de funcions. Calcular integrals de funcions d'una variable.
4. Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
5. Demostrar el coneixement dels objectes propis del càlcul amb funcions d'una variable real i de les seves propietats i utilitats.
6. Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
7. Llegir i comprendre un text de matemàtiques del nivell del curs.
8. Manejar amb facilitat canvis de variable per a calcular integrals de funcions contínues en dominis delimitats senzills
9. Manipular desigualtats i successions, analitzar i dibuixar funcions, deduir propietats d'una funció a partir del gràfic, comprendre i treballar intuïtivament, geomètrica i formalment amb les nocions de límit, derivada i integral.
10. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
11. Redactar de manera ordenada i amb precisió petits textos matemàtics (exercicis, resolució de qüestions de teoria,...)
12. Relacionar aquests conceptes amb els mètodes i objectes propis d'altres àmbits
13. Resoldre problemes que impliquen el plantejament d'integrals (longituds, àrees, volums, etc.)
14. Resoldre problemes que impliquen el plantejament d'integrals (longituds, àrees, volums, etc.).
15. Saber explicar idees i conceptes matemàtics propis del curs, així com saber comunicar a tercers raonaments propis
16. Seguir i comprendre una explicació oral d'un tema de matemàtiques relacionat amb el curs.

Continguts

El programa de l'assignatura està organitzat en sis capítols:

I. La recta real.

- Els números racionals i la seva incompletitud.
- Suprem i ínfim d'un conjunt.
- El concepte de número real. Axiomàtica. Expressió decimal i binaria.
- Operacions i desigualtats entre números real.
- Números reals distingits: π i e

II. Successions de números reals.

- Funcions reals de variable discreta o contínua
- Límit d'una successió. Propietats algebraïques.
- Successions monòtones.
- Punts d'acumulació. Successions parcials.
- Conjunts compactes. El Teorema de Bolzano-Weierstrass.
- Successions de Cauchy i reenunciat de l'axioma de completitud.
- Càlcul de límits.

III. Continuitat de funcions.

- Funcions de variable real. Domini d'una funció.
- Funcions polinòmiques, racionals, exponencials i trigonomètriques vs funcions experimentals.
- Límit d'una funció en un punt, límits laterals. Propietats bàsiques dels límits. Asímptotes.
- Continuitat d'una funció.
- Teorema de Bolzano, localització d'arrels.
- Teorema dels valors intermedis i Teorema de Weierstrass.
- Funcions monòtones. Funcions inverses.
- Funcions periòdiques, períodes.

IV. Càlcul diferencial.

- Derivada d'una funció en un punt com a taxa instantània de variació: interpretació geomètrica.
- La funció derivada. Caracterització de les funcions constants.
- Propietats algebraïques de la derivada.
- Regla de la cadena. Derivació de la funció inversa.
- Extremes absoluts i relatius d'una funció.
- Teorema de Rolle. Teorema del valor mitjà.
- Aproximació de zeros de funcions. Obtenció de desigualtats. Regla de l'Hôpital.

V. Derivades d'ordre superior.

- Derivada d'ordre superior d'una funció en un punt.
- Ordre de contacte entre funcions.
- Polinomi de Taylor. Propietats.
- Polinomis de Taylor de funcions elementals.
- La fórmula de Taylor com a aproximació local.
- Convexitat de funcions. Convexitat i continuïtat.
- Estudi local d'una funció.

VI. Integral de Riemann.

- Quins problemes volem resoldre?
- Sumes superiors i inferiors de funcions acotades.
- Funcions integrables. Integral.
- La integral com un procés de sumació per pas al límit. Criteri d'integrabilitat.
- Integrabilitat de les funcions monòtones i de les funcions contínues.
- El Teorema Fonamental del Càlcul. Existència de primitiva d'una funció contínua.
- Càlcul d'integrals mitjançant càlcul de primitives. El Teorema del canvi de variable i la fórmula d'integració per parts.
- Aplicacions al càlcul d'àrees, longitud de gràfiques i volums de revolució.
- Densitats, masses i centres de gravetat de distribucions unidimensionals.

Metodologia

L'assignatura disposa d'un únic grup de teoria, dos grups de problemes i quatre grups de seminari-pràctiques.

L'assignatura disposa, al llarg del primer quadrimestre, de tres hores de classe de teoria (un únic grup) i dues hores de classe de problemes (dos grups) cada setmana. A més, els seminaris (quatre grups, una sessió de dues hores cada dues setmanes en terme mig) es destinaran al treball en grup tutoritzat.

Durant el segon quadrimestre hi haurà dues hores de teoria; les classes de problemes i els seminaris seguiran el ritme d'una sessió de dues hores cada dues setmanes.

Els horaris i aules hauran de consultar-se al web de la titulació (<http://mat.uab.cat/gmat>).

Està oberta una aplicació d'aquesta assignatura al Campus Virtual (CV) de la universitat per tal de subministrar tot el material i tota la informació relativa a l'assignatura que li calgui a l'estudiant, en particular les hores de tutoria dels professors.

Classes de teoria. El professor anirà desenvolupant els temes del programa en l'ordre indicat. Al CV hi haurà també a disposició dels alumnes un material de suport a l'estudi de la teoria. És molt important que l'estudiant hagi treballat personalment, utilitzant aquest material i/o els llibres de text que s'indiquen a la bibliografia abans d'anar a classe. El professor tot sovint deixarà a càrrec de l'alumne completar les demostracions d'alguns resultats, feina que s'haurà de fer individualment amb l'ajut dels llibres de text i utilitzant les hores de tutoria. És molt recomanable portar al dia una llibreta dels apunts preses a classe.

Classes de problemes. Es distribuïran tres llistes de problemes cada quadrimestre, disponibles al CV. Aquests són els que es treballaran a classe de problemes, però és bàsic que l'estudiant els pensi abans pel seu compte. A la classe de problemes els professors també resoldran completament alguns dels problemes de les llistes a la pissarra, però no tots. Alguns dels problemes de les llistes portaran l'indicatiu * que n'indica un grau de dificultat més elevat. Altres portaran l'indicatiu **, el signicat del qual s'explica a la secció "Avaluació".

Els seminaris, com s'ha dit anteriorment, són activitats de treball en grup sota la supervisió d'un professor tutor. Cada grup farà una sessió de dues hores cada dues setmanes, en terme mig. Cada sessió seguirà un guió que s'haurà posat al CV prèviament i que es distribuirà també a la classe. A la part final de cada sessió cada alumne haurà d'intentar fer, individualment, un petit exercici, que lliurarà signat al professor. Alguns dels seminaris consistiran en utilitzar MAPLE per a aspectes específics de l'assignatura.

IMPORTANT: Degut a festes i altres incidències, pot passar que una determinada setmana un determinat grup de problemes o seminari no tingui sessió, en aquest casos s'intentarà recuperar-la. En cas contrari- i també quan no es pugui assistir a la sessió de problemes o seminari per causes personals- els alumnes afectats s'han de redistribuir per ells mateixos lliurament entre els grups restants, comunicant-ho al professor responsable.

Finalment, es recorda que els alumnes disposaran d'unes hores de tutoria al despatx dels professor de teoria, de problemes i de seminaris, on podran consultar dubtes i demanar tota mena d'ajut en el seu treball. L'horari per a cada professor serà anunciat al CV.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de teoria	59	2,36	2, 3, 9, 13, 14
Tipus: Supervisades			
Activitats tutoritzades	25	1	2, 3, 9, 13, 14
Classes de problemes	30	1,2	13, 14
Tipus: Autònomes			
Estudi de teoria	50	2	2, 3, 9, 13, 14
Preparació d'exàmens	22	0,88	2, 3, 9, 13, 14
Realització de problemes	100	4	13, 14

Avaluació

L'assignatura té una única convocatòria que es tanca al Juliol.

- Un 30% de la nota correspon a l'avaluació continuada, no recuperable. Aquesta nota, que designarem C, s'obté a partir de l'entrega i correcció de problemes i dues proves curtes (una per quadrimestre) i s'organitza com segueix:
 - Algunes llistes de problemes tindran identificats amb ** una sèrie de problemes. De cada llista seleccionada, l'alumne haurà de triar dos problemes i entregar-ne la resolució mitjançant dos lliuraments per quadrimestre. Les dates dels lliuraments s'anunciaran al CV. Els lliuraments es faran en sobre tancat adreçat al professor que s'indiqui al CV en una bústia habilitada per la Titulació de Matemàtiques. Aquests exercicis seran corregits, retornats i comentats a l'alumne en entrevistes personals, l'organització de les quals s'anunciarà al CV. Els lliuraments donaran lloc a les notes LL1, LL2, LL3, LL4 amb mitjana LL.
 - En els darrers 20' de cada sessió de seminari l'alumne haurà d'intentar resoldre, individualment, un exercici relacionat amb la temàtica treballada, que serà lliurat signat al professor responsable. La mitjana de les qualificacions d'aquests exercicis donarà lloc (sempre que s'hagin fet el 75 per cent de les sessions) a les notes S1, S2 de seminari, amb mitjana S.
 - A mig quadrimestre es farà una prova curta a la classe de teoria, d'una hora de durada, amb qualificacions T1, T2 i mitjana T.

La nota d'avaluació continuada de l'assignatura, C, vindrà donada per

$$C = 0,3 LL + 0,3 S + 0,4 T$$

- L'altre 70% per cent de la nota correspon als exàmens parcials a final de cada semestre (detalls al web de la titulació) amb notes P1, P2.

La nota de juny J de l'assignatura serà

$$J = 0,3 C + 0,35 P1 + 0,35 P2$$

En cas que $3 \leq J < 5$, l'alumne podrà encara presentar-se a un examen final de tota l'assignatura. Si R és la nota d'aquest examen, la nota final del curs F serà

$$F = \text{Max}\{J, 0,3C + 0,7 R\}$$

Si $J \geq 5$, llavors l'alumne pot triar entre dues opcions:

- (a) Que J sigui la seva nota final de l'assignatura.
- (b) Presentar-se a l'examen final per millorar aquesta nota. En aquest cas l'alumne obtindrà la nota $F = \text{Max}\{J, R\}$.

Les matrícules d'honor podran atorgar-se, en una primera fase, d'acord amb la qualificació J. A partir de la qualificació F podran atorgar-se matrícules d'honor addicionals.

Nota: Es considerarà que un alumne/a s'ha presentat a l'assignatura si fa la meitat de l'avaluació continuada i els dos exàmens parcials. En cas contrari, la qualificació serà "No presentat".

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Exàmens finals	70	4	0,16	2, 3, 6, 8, 9, 10, 13, 14
Proves parcials i avaluació continuada	30	10	0,4	1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16

Bibliografia

BIBLIOGRAFIA BÀSICA

M. Spivak. Calculus. Càlcul Infinitesimal. Ed. Reverté, Barcelona 1995.

L'assignatura de Funcions de Variable Real consisteix, essencialment, en les tres primeres parts d'aquest llibre. És un llibre altament recomanable, molt ben escrit i en ell podreu trobar problemes molt il·lustratius. L'ordre i algunes nocions (per exemple funció creixent, funció decreixent, convexitat i concavitat) poden diferir lleugerament de les que presentarem al curs.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTÀRIA

- J. M. Ortega. Introducció a l'Anàlisi Matemàtica. Manuals de la Universitat Autònoma de Barcelona 4, Bellaterra 1990.

El nostre curs consisteix en els cinc primers capítols d'aquest llibre. Tot i que el plantejament que aquí se segueix pel que fa a la introducció dels nombres reals és diferent del que farem nosaltres, aquest text us serà de molta utilitat.

- C. Perelló. Càlcul Infinitesimal, amb mètodes numèrics i aplicacions. Biblioteca Universitària, Enciclopedia Catalana.

Aquest és un llibre molt recomanable com a obra de consulta, que d'altra banda serà útil a l'alumne per a les restants assignatures de càlcul. Amb un estil molt didàctic i singular, lluny dels manuals americans, la lectura del seus set primers capítols serà molt útil a l'alumne per a la maduració dels conceptes.

- W. Rudin. Principios de Análisis Matemático. Ed. McGraw-Hill. 1981.

Un llibre amb contingut més avançat. Magnífica referència de consulta per alguns aspectes específics d'aquest curs però especialment per cursos posteriors. Molt bona selecció de problemes.

- G. Flory. Ejercicios de topología y de análisis. Tomos 1, 2. Ed. Reverté, 1983.

Bon llibre de problemes de tipus més conceptual. Las parts que corresponen a aquest curs són el capítol 1 del volum 1 i els capítols 5, 6, 7 del volum 2. Es tracta de llibres que seran útils també en cursos posteriors.

- F. Galindo i altres. Guía Práctica de Cálculo Infinitesimal en una variable real. Ed. Thomson, Madrid 2003.

Aquest és un llibre eminentment pràctic. Conté una gran varietat de problemes resolts de diversa dificultat i us pot ser de molta utilitat en el moment de buscar exemples o preparar les classes de problemes. Els capítols que tenen relació amb l'assignatura són el 2, el 3, el 5, el 6, el 7 i el 8. La resta us pot ajudar en assignatures com Anàlisi Matemàtica de segon curs.

- D. Pestana i altres. Curso práctico de Cálculo y Precálculo. Ariel Ciencia, Barcelona 2000.

El plantejament d'aquesta obra és similar a l'anterior, és a dir, presenta l'assignatura des d'un punt de vista més pràctic. Tot i que el nivell d'aquest llibre és inferior al que es demanarà a la nostra assignatura, les persones que tinguin dificultat en, per exemple, calcular primitives el poden fer servir com a guia.

- C. Cascante- J. Casasayas, Problemas de Análisis Matemático de una variable real, EDUNSA

Llibre recomanable per a exercitar-se en la resolució de problemes.

