

Càlcul en diverses variables i optimització**2014/2015**

Codi: 100093

Crèdits: 9

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OB	2	1

Professor de contacte

Nom: Joan Verdera Melenchón

Correu electrònic: Joan.Verdera@uab.cat

Utilització de llengües

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Per tal que un alumne pugui cursar l'assignatura és molt important que hagi superat l'assignatura de Càlcul Infinitesimal de primer curs. Si aquest no és el cas, és imprescindible que, com a mínim, entengui profundament les nocions de convergència de successions així com els de continuïtat, derivabilitat i integrabilitat de funcions. També és molt important que l'alumne tingui una profunda destresa en la manipulació de límits, desenvolupaments de Taylor de funcions elementals, etc.

Objectius

Els objectius de l'assignatura són conèixer les tècniques bàsiques del càlcul diferencial de diverses variables i de la integració múltiple.

A la primera part del curs l'alumne ha de familiaritzar-se amb la relació entre corbes i superfícies com objectes geomètrics i funcions de diverses variables. Un punt fonamental és relacionar el concepte de variació d'una funció de diverses variables amb la idea de diferencial com a aplicació lineal. És essencial reconèixer que el comportament local d'una funció està determinat pel comportament de la diferencial. De la mateixa manera que en el cas d'una variable, les tècniques del curs s'aplicaran a la resolució de diferents problemes matemàtics o de la vida real com ara problemes geomètrics, d'optimització o en general, qüestions on s'ha de quantificar la variació d'una determinada magnitud en funció d'altres variables.

La segona part del curs, més instrumental, està dedicada al càlcul d'integrals múltiples i al càlcul vectorial. Tècniques com el canvi d'ordre d'integració, el teorema del canvi de variables i les formules de Green i Stokes són bàsiques en el desenvolupament d'altres assignatures de la carrera i l'alumne les ha de fer servir amb la fluïdesa necessària.

Competències

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Calcular, reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat
- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de

text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.

- Reconèixer la presència de les Matemàtiques en altres disciplines
- Treballar en equip
- Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes

Resultats d'aprenentatge

1. Conèixer els resultats bàsics del Càlcul Diferencial en diverses variables reals.
2. Manejar amb facilitat canvis de variable per a calcular integrals de funcions contínues en dominis delimitats senzills
3. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
4. Saber aplicar els teoremes de la Funció Inversa i de la funció implícita a problemes concrets.
5. Saber plantejar i resoldre analíticament problemes d'optimització relacionats amb àmbits no necessàriament matemàtics

Continguts

1. Càlcul diferencial de diverses variables:

- Nocions geomètriques i topològiques bàsiques a l'espai euclidià. Límits i continuïtat. Parametritzacions. Gràfiques i conjunts de nivell
- Diferenciabilitat. Propietats bàsiques. Derivades parcials i derivades direccionals.. Extrems relatius
- Derivades d'ordre superior. Fórmula de Taylor. Anàlisi dels punts crítics.
- Teoremes de la funció inversa i implícita. Extrems condicionants. Multiplicadors de Lagrange

2. Integració

- Integral de Riemann de funcions acotades en rectangles. Propietats bàsiques
- Teorema de Fubini.
- Teorema del canvi de variable.
- Corbes i superfícies: vectors tangent i normal. Teoremes de Green, de la divergència i de Stokes.

Metodologia

L'assignatura disposa, al llarg del curs acadèmic de tres hores de classe de teoria, una hora de problemes i dues hores de seminari (en setmanes alternes) a la setmana. Es recomana fortament l'assistència a aquestes sessions.

S'obrirà una aplicació d'aquesta assignatura al Campus Virtual de la universitat per tal de subministrar tot el material i tota la informació relativa a aquesta assignatura que li calgui a l'estudiant.

Periòdicament, l'estudiant rebrà unes llistes de problemes que ha de pensar i sobre els quals es treballarà a les classes de problemes.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classe de problemes	13	0,52	1, 2, 4, 5
Classe de teoria	39	1,56	1, 2, 4, 5
Seminari	13	0,52	1, 2, 4, 5
Tipus: Autònomes			
Estudi de teoria	53	2,12	1, 2, 4, 5
Realització de problemes	95	3,8	1, 2, 4, 5

Avaluació

Es realitzarà una prova escrita al llarg del curs, anomenada examen parcial, d'una durada d'entre tres i quatre hores aproximadament . Cada alumne obtindrà una nota entre 0 i 10, que anomenen P.

Un cop acabat el curs, es celebrarà l'examen final de l'assignatura d'una durada d'entre 3 i quatre hores. La nota d'aquest examen, entre 0 i 10, s'anomena F.

És obligatori presentar-se a l'examen parcial. Si un alumne no es presenta a l'examen parcial i no justifica la seva absència la nota final es calcularà per la fórmula $NF = 70\% F$. Pels alumnes que s'han presentat a l'examen parcial la nota final es calcularà típicament amb la fórmula : $NF = \text{màxim}(30\% P + 70\% F, F)$. Aquesta nota final podrà incrementar-se lleugerament en base a la feina feta a la classe de problemes i als seminaris durant el curs.

Els exàmens consistiran en resoldre problemes. També hi haurà un tema de teoria, d'entre una llista que s'anirà confeccionant durant el curs, que s'haurà de desenvolupar durant una mitja hora i que consistirà en fer una demostració presentada a la classe de teoria (amb una extensió màxima d'un full per les dues cares).

Si un alumne no aprova l'assignatura al febrer, podrà intentar recuperar en una prova de recuperació. La nota d'aquesta prova, que s'anomena R determinarà la nota final amb la fórmula precedent amb F substituïda per R.

Un alumne que s'hagi presentat a un dels dos exàmens de Febrer ja no podrà ésser avaluat com a "no presentat".

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen de recuperació	70%	4	0,16	1, 2, 4, 5
Examen final	70%	4	0,16	1, 2, 3, 4, 5
Examen parcial	30%	4	0,16	1, 2, 4, 5

Bibliografia

- Cálculo Vectorial, J.E. Marsden y A.J. Tromba, Addison Wesley Longman. Aquest és el llibre que seguirem i que farà el paper de llibre de text amb les excepcions que calgui. Hi ha la versió original anglesa. Us recomanarem que resolgueu alguns dels molts problemes que hi ha al final de cada secció.
- Functions of several variables, Wendell Fleming, Undergraduate texts in Math, Springer. És un clàssic d'un nivell lleugerament superior al nostre. Us pot anar bé per complementar i per veure una presentació del tema amb demostracions completes i un enfocament molt més teòric que el Marsden i Tromba.
- Second year calculus, David Bressoud, Undergraduate texts in Math, Springer, 1991. És un llibre original que desenvolupa el càlcul vectorial a partir de la física. El subtítol és : "From celestial mechanics to special relativity".