

Anàlisi real i funcional

2014/2015

Codi: 100110

Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OT	4	0

Professor de contacte

Nom: Albert Clop Ponte

Correu electrònic: Albert.Clop@uab.cat

Utilització de llengües

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Tots els cursos anteriors de Càlcul i Anàlisi.

També és important un bon coneixement d'Àlgebra Lineal i de Topologia bàsica.

Objectius

Explicar els conceptes i els resultats fonamentals de la integral de Lebesgue a l'espai euclidià.

Presentar els mètodes de l'anàlisi funcional, en el context dels espais de Banach i de Hilbert.

Comprendre el potencial de l'anàlisi funcional en problemes d'equacions diferencials, equacions integrals, equacions en derivades parcials i processament del senyal.

Competències

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.
- Formular hipòtesis i imaginar estratègies per confirmar-les o refutar-les.
- Generar propostes innovadores i competitives en la recerca i en l'activitat professional.
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants tinguin la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants (normalment dins de la seva àrea d'estudi) per emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'indole social, científica o ètica.
- Utilitzar eficaçment bibliografia i recursos electrònics per obtenir informació

Resultats d'aprenentatge

1. Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
2. Comprendre el llenguatge i conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes d'anàlisi matemàtica avançada.
3. Comprendre la naturalesa de la integral de Lebesgue i els seus avantatges enfront de la integral de Riemann.
4. Entendre el concepte de mesura en $\mathbb{R}^n$ i el seu procés de construcció.
5. Entendre i saber reproduir els resultats bàsics relatius a la transformada de Hilbert.
6. Formular conjectures i imaginar estratègies per confirmar o refusar aquestes conjectures
7. Generar propostes innovadores i competitives en la recerca i en l'activitat professional.
8. Idear demostracions de resultats matemàtics de l'àrea d'anàlisi matemàtica.
9. Manejar amb soltesa els espais de Hilbert més importants i saber aplicar, en ells, la teoria bàsica de l'Anàlisi Funcional.
10. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
11. Que els estudiants tinguin la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants (normalment dins de la seva àrea d'estudi) per emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
12. Seguir críticament els arguments exposats per uns altres.

Continguts

1. Limitacions de la integral de Riemann.
2. Mesura de Lebesgue. Teoria abstracta de la mesura.
3. Integral de Lebesgue. Teoria abstracta de la integral. Límit vs integral.
4. Teorema Fonamental del Càlcul. Teorema del canvi de variable. Teorema de Fubini-Tonelli.
5. Integrals depenents d'un paràmetre. Derivació sota signe integral.
6. Espais normats. Espais de Banach. Caracteritzacions.
7. Espais de successions. Espais de funcions. Espais de mesures.
8. Operadors lineals afitats. Norma d'un operador. La topologia dels operadors lineals afitats.
9. Aplicacions: l'equació integral de Volterra.
10. Teoremes de l'aplicació oberta i la gràfica tancada. Principi d'acotació uniforme.
11. Dual topològic d'un espai normat. Teorema de Hahn-Banach.
12. Espais de Hilbert. Teorema de la Projectió. Ortogonalitat.
13. Bases hilbertianes. Desigualtat de Bessel. Identitat de Parseval.
14. Sèries de Fourier. Lema de Riemann-Lebesgue.
15. Altres aplicacions a la teoria del senyal. Anàlisi multiresolució.
16. Operadors compactes. Teorema de Schauder.
17. Operadors compactes autoadjunts. Alternativa de Fredholm. Teorema espectral.
18. Equació d'ona. Equació del calor. Equació de Laplace.

Metodologia

Aquesta assignatura té 2 hores de teoria i 1 de problemes per setmana.

També consta d'un total de 6 hores de seminaris al llarg del curs.

Tot i que no és obligatòria, sí que és molt recomanable l'assistència a classe per a fer preguntes i aventurar respostes, encara que siguin incorrectes.

Teoria: desenvoluparem els resultats principals i els posarem en el context de les futures aplicacions.

Problemes: els alumnes rebreu unes llistes d'exercicis que resoldrem a les classes de problemes.

Seminaris: serviran per a complementar els continguts de teoria i problemes.

Els alumnes també disposaran d'unes hores de consulta al despatx del professor, per tal de consultar dubtes, discutir sobre mètodes, etc.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	15	0,6	1, 2, 4, 6, 8
Classes de teoria	30	1,2	1, 2, 4, 6, 8
Tipus: Supervisades			
Classes de seminari	5	0,2	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9
Tipus: Autònomes			
Estudi personal	93	3,72	1, 2, 4, 6, 8

Avaluació

Hi haurà 3 examens parcials (un per cada bloc) d'una hora de durada.

També hi haurà un examen final.

En l'examen final, la part de teoria consistirà en presentar (per escrit) la demostració d'un teorema d'una llista que es farà saber durant el curs.

Els problemes de l'examen final seran escollits a l'atzar entre els problemes de les llistes que haurem entregat durant el curs.

La nota final de l'assignatura, N, es calcularà tot fent

$$N=0,4 F +0,6 P$$

essent F la nota de l'examen final, i P la mitjana aritmètica dels 3 parcials.

L'assignatura es considerarà aprovada si N és igual o més gran que 5.

ÉS OBLIGATORI PRESENTAR-SE A TOTS ELS EXÀMENS (PARCIAIS I FINALS).

TOTS ELS CONTINGUTS DE L'ASSIGNATURA SÓN AVALUABLES (TEORIA, PROBLEMES, SEMINARIS).

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Exàmen final	40%	4	0,16	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
Exàmens parcials	60%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12

Bibliografia

J. Bruna, Anàlisi Real, UAB Servei de Publicacions, 1996.

J.M. Burgués, Integració i càlcul vectorial, UAB Servei de Publicacions, segona edició, 2002.

S. Lang, Real and functional analysis, Graduate texts in mathematics, Springer, 1993.

W. Rudin Real and functional analysis, Alambra, 1979.