

Topologia de varietats**2014/2015**

Codi: 100114

Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OT	4	0

Professor de contacte

Nom: Albert Ruíz Cirera

Correu electrònic: Albert.Ruiz@uab.cat

Utilització de llengües

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

Equip docent

Natalia Castellana Vila

Equip docent extern a la UAB

Natàlia Castellana Vila

Prerequisits

El prerequisits són les assignatures de primer i segon curs del Grau de Matemàtiques i la Topologia de tercer curs. És recomanable estar cursant (o haver cursat) l'assignatura de Geometria Diferencial.

Objectius

Ever since the concept of homeomorphism was clearly defined, the "ultimate" problem in topology has been to classify topological spaces "up to homeomorphism". That this was a hopeless undertaking was very soon apparent, the subspaces of the plane $\mathbb{R}^2$ being an obvious example. From this impossibility were born algebraic and differential topology, by a shift of emphasis which consisted in associating "invariant" objects to some types of spaces (objects are the same for two homeomorphic spaces). At first these objects were integers, but it was soon realized that much more information could be extracted from invariant algebraic structures such as groups and rings.

(Jean Dieudonné, A history of algebraic and differential topology 1900--1960)

Aquesta és una bona descripció de la filosofia d'aquesta disciplina. En aquest curs introduïm els invariants algebraics més bàsics que podem associar a un espai topològic (en particular a una varietat) i que ens proporcionen una primera aproximació a les propietats globals d'aquests objectes. Amb especial èmfasi al grup fonamental, als grups de homologia i les àlgebres de cohomologia.

Amb això obrim les portes a una teoria que s'ha desenvolupat durant el segle XX i que continua donant resultats apassionants com ara la solució de la conjectura de Poincaré (Perelman, 2003, http://ca.wikipedia.org/wiki/Conjectura_de_Poincaré), la solució de la (una de les) conjectura de Munford per

Madsen i Weiss (2007 http://en.wikipedia.org/wiki/Mapping_class_group) o la solució del problema de l'invariant de Kervaire 1 en dimensions diferents de 126 (Hill-Hopkins-Ravenel, 2009, http://en.wikipedia.org/wiki/Kervaire_invariant).

Competències

- Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Calcular, reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat
- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.
- Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
- Formular hipòtesis i imaginar estratègies per confirmar-les o refutar-les.
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat
- Utilitzar eficaçment bibliografia i recursos electrònics per obtenir informació

Resultats d'aprenentatge

1. Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
2. Comprendre el llenguatge abstracte i conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes de geometria i topologia avançades.
3. Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
4. Formular conjectures i imaginar estratègies per confirmar o refusar aquestes conjectures
5. Idear demostracions de resultats matemàtics de l'àrea de geometria i topologia.
6. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
7. Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat

Continguts

Invariants topològics: Grup fonamental i espais recobridors. (Co)Homologia singular.

Varietats diferenciabls: Complex de de Rham i cohomologia.

Aplicacions: Dualitat de Poincaré. Teorema de de Rham.

Metodologia

Classes de teoria on s'exposen els conceptes, arguments i resultats bàsics de l'assignatura.

Això es complementa amb classes de problemes, sessions pràctiques i exposicions orals dels alumnes on s'aprofundeix en el temari de l'assignatura i s'assoleixen els coneixements i les capacitats per utilitzar aquests materials en lectures o estudis de temes propers o més avançats.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de teoria	30	1,2	1, 2, 4, 5
classes de problemes	15	0,6	1, 2, 4, 5
Tipus: Supervisades			
Preparació d'un treball	30	1,2	1, 2, 4, 5
Tipus: Autònomes			
Asimilació dels conceptes, arguments i resultats teòrics	35	1,4	1, 2, 4, 5
Resolució de problemes	31	1,24	1, 2, 4, 5

Avaluació

La nota final es calcularà sumant:

1/3 de la nota per problemes entregats,

1/3 per un treball entregat i exposat i

1/3 per un examen final.

Hi ha una repesca, que consisteix a repetir l'examen, no el treball o els problemes. Les matrícules d'honor es decidiran al final de tot.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen	1/3	4	0,16	1, 2, 3, 4, 5, 6
Exposició d'un treball	1/3	1	0,04	1, 2, 4, 5, 6, 7
Problemes resolts entregats	1/3	4	0,16	1, 2, 4, 5

Bibliografia

R. Bott and L.W. Tu, Differential forms in algebraic topology. Graduate Texts in Mathematics, 82. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1982. xiv+331 pp.

A. Hatcher, Algebraic topology. Cambridge University Press, Cambridge, 2002. xii+544 pp.
(<http://www.math.cornell.edu/~hatcher/AT/ATpage.html>).

I. Madsen and J. Tornehave, From calculus to cohomology. de Rham cohomology and characteristic classes. Cambridge University Press, Cambridge, 1997. viii+286 pp.

W.S. Massey, Algebraic Topology: An introduction. Graduate Texts in Mathematics, 56. Springer-Verlag, New York, 1977. xxi+261 pp.

I.M. Singer and J.A. Thorpe, Lecture notes on elementary topology and geometry. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1976. viii+232 pp.

J. W. Vick, Homology theory. An introduction to algebraic topology. Second edition. Graduate Texts in Mathematics, 145. Springer-Verlag, New York, 1994. xiv+242 pp.

F.W. Warner, Foundations of differentiable manifolds and Lie groups. Graduate Texts in Mathematics, 94. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1983. ix+272 pp.