

Sistemes dinàmics**2014/2015**

Codi: 100118

Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OT	4	0

Professor de contacte

Nom: Magdalena Caubergh

Correu electrònic: Magdalena.Caubergh@uab.cat

Utilització de llengües

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Equacions diferencials ordinàries: existència i unicitat de les solucions del problema de Cauchy. Resolució de sistemes diferencials lineals amb coeficients constants.

Àlgebra lineal: espais i subespais vectorials, diagonalització de matrius.

Objectius

Aquest curs és una iniciació a la teoria moderna de sistemes dinàmics. Un primer objectiu és que l'alumne es familiaritzi amb la noció abstracte de sistema dinàmic i els conceptes bàsics d'aquesta teoria: estabilitat, atractor, conjunts invariants, omega límits, etc. El segon objectiu és entendre com és el comportament local, tant dels sistemes dinàmics discrets com els continus, en l'entorn d'un punt d'equilibri o d'una òrbita periòdica.

Aquest comportament local es basa en la classificació topològica dels sistemes lineals a $\mathbb{R}^n$, tant els que venen determinats pel flux d'equacions diferencials ordinàries (sistemes dinàmics continus) com els que provenen de la iteració de funcions (sistemes dinàmics discrets). Els sistemes lineals són molt importants. D'una banda perquè apareixen en l'estudi de molts fenòmens físics d'interès i d'altra banda perquè són la primera aproximació de sistemes més complicats.

La Teoria qualitativa de les equacions diferencials es va iniciar amb els treballs de Poincaré cap a l'any 1880 en relació amb els seus treballs de Mecànica Celest i tracta de conèixer propietats de les solucions sense necessitat de resoldre les equacions, entre altres coses perquè la resolució no és factible. Aquest enfoc qualitatiu, quan es combina amb mètodes numèrics adequats, és, en alguns casos, equivalent a tenir les solucions de l'equació. Tractarem doncs de que l'alumne conegui alguns resultats bàsics de la teoria qualitativa (Teoremes de Liapunov, Teorema de Hartman i Teoremes de les varietats estable i central) sobre l'estructura local dels punts crítics i les òrbites periòdiques i en el cas de $\mathbb{R}^2$ s'iniciï en el problema de detectar l'existència d'òrbites periòdiques via els teoremes de Poincaré-Bendixson i Bendixson-Dulac.

L'últim objectiu és el d'introduir les tècniques per entendre la dinàmica global discreta. L'exemple principal serà el d'una família paramètrica de sistemes dinàmics discrets: les aplicacions unimodals, i que (per alguns valors dels paràmetre) presenten una dinàmica que porta de manera senzilla a la noció de sistema caòtic. Per aquests sistemes l'aproximació numèrica no és factible i per entendre la seva dinàmica calen noves eines. Els sistemes caòtics es presenten sovint a les aplicacions (problemes de predicció meteorològica, circuits elèctrics, etc).

Competències

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.
- Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat

Resultats d'aprenentatge

1. Conèixer la resolució de certs problemes teòrics així com conèixer l'existència de certs problemes oberts en la teoria d'equacions en derivades parcials i de sistemes dinàmics
2. Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
3. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
4. Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat
5. Saber aplicar les eines dinàmiques descrites en les classes de teoria per descriure processos regits per equacions diferencials.
6. Saber demostrar resultats d'equacions en derivades parcials i sistemes dinàmics.

Continguts

1. Sistemes Dinàmics a espais Euclidiàns.

- Sistemes dinàmics definits per equacions diferencials i per difeomorfismes.
- Òrbites; punts crítics i òrbites periòdiques.
- Conjunts invariants i conjunts límit.
- Atractors. Estabilitat Liapunov.
- Conjugació de sistemes dinàmics.

2. Estudi de la dinàmica local, discreta i continua.

- Punts regulars Teorema del flux tubular.
- Punts crítics i punts fixos: Solucions dels sistemes lineals.
- Classificació topològica dels sistemes lineals continus i discrets.
- Estabilitat. Funcions de Liapunov;
- Teorema de Hartman, de la varietat estable i de la varietat central.
- Òrbites periòdiques: Aplicació de Poincaré i estabilitat.

3. Dinàmica global en sistemes continus.

- Equacions diferencials ordinàries a $\mathbb{R}^2$: Teorema de Poincaré-Bendixon, Teorema de Bendixon-Dulac, Existència i unicitat de cicles límit, Equació de Liénard.
- Equacions diferencials ordinàries en dimensió major que 2.

4. Dinàmica global en sistemes discrets.

- Iteració en dimensió 1 i 2.
- Les aplicacions unimodals.
- Caos. El shift de Bernoulli. La ferradura de Smale.

Metodologia

L'assignatura disposa, al llarg del semestre de dues hores de classe de teoria i una hora de classe de problemes cada setmana.

Els horaris i aules hauran de consultar-se al web de la titulació (<http://mat.uab.cat/gmat>). Està oberta una aplicació d'aquesta assignatura al Campus Virtual (CV) de la universitat per tal de subministrar tot el material i tota la informació relativa a aquesta assignatura que li calgui a l'estudiant.

Classes de teoria. El professor anirà desenvolupant els temes del programa en l'ordre indicat. Al CV hi haurà també a disposició dels alumnes una bibliografia i material de suport per a la teoria o problemes. També s'hi trobaran les correccions de les entregues. El professor tot sovint deixarà a càrrec de l'alumne completar les demostracions d'alguns resultats, feina que s'haurà de fer individualment amb l'ajut dels llibres de text i utilitzant les hores de tutoria. És molt recomanable portar al dia una llibreta dels apunts preses a classe.

Classes de problemes. Es distribuïran quatre llistes de problemes, disponibles al CV. Alguns d'aquests problemes es treballaran a classe; dels altres se'n triaran els estudiants en petits grups dos problemes per lliurar-los resolts (vegeu a l'apartat 'Avaluació').

IMPORTANT: A causa de festes i altres incidències, pot passar que una determinada setmana un determinat grup de problemes o seminari no tingui sessió, en aquests casos s'intentarà recuperar-la.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de Teoria	29	1,16	1, 5, 6
Classes de problemes	14	0,56	5, 6
Seminaris	6	0,24	5, 6
Tipus: Autònomes			
Estudi de teoria	34	1,36	1, 6
Preparació d'examen	15	0,6	1, 5, 6
Realització de problemes	48	1,92	1, 5, 6

Avaluació

Un 30% de la nota correspon a l'avaluació continuada, no recuperable. Aquesta nota s'obtindrà a partir de l'entrega i correcció de problemes, organitzada com segueix. En petits grups els alumnes hauran de seleccionar-ne dos entre aquests i entregar-ne la resolució mitjançant els lliuraments. Les dates dels lliuraments s'anunciaran al CV. El lliurament es farà en sobre tancat adreçat al professor en una bústia habilitada per la Titulació de Matemàtiques o per via electrònica utilitzant adreces institucionals. Aquests exercicis seran corregits, retornats i comentats a l'alumne en entrevistes personals, l'organització de les quals s'anunciarà al CV. Els lliuraments donaran lloc a les notes LL1; LL2; LL3. La nota d'avaluació continuada n'és la mitjana:

$$c = (LL1 + LL2 + LL3) / 3.$$

L'altre 70% per cent de la nota correspon als exàmens per escrit, dos per semestre, organitzats com segueix. A mig semestre es farà un test a la classe de teoria de dues hores de durada sobre la matèria tractada fins llavors. Aquest test serà comentat amb el professor a les hores de tutoria segons un quadre organitzatiu anunciat al CV. Anomenem t la nota, sobre 10, del test. Al final del semestre es farà un examen final sobre tota la matèria d'aquell semestre (detalls a la web de la titulació). Sigui p la nota, sobre 10 de l'examen final. Així s'obtindrà una nota d'exàmens e , on

$$e = 0.2 t + 0.8 p.$$

La nota provisional de l'assignatura serà

$$N1 = 0.3 c + 0.7 e.$$

Si $N1 > 5$ o $N1 = 5$, llavors l'alumne pot triar entre dues opcions:

(a) Que $N1$ sigui la seva nota de l'assignatura.

(b) Presentar-se a l'examen de recuperació per millorar aquesta nota. En aquest cas l'alumne obtindrà com a mínim la nota $N1$. Si $N1 < 5$, l'alumne podrà encara presentar-se a un examen de recuperació. Diguem j a la nota d'aquest examen i posem

$$N = 0.3 c + 0.7 j.$$

La nota final de l'assignatura serà: $\text{Max}(N1; N)$.

IMPORTANT: Es considerarà que un alumne/a s'ha presentat a l'assignatura, i per tant té una nota final, si fa 2/3 de l'avaluació continuada i 1/2 dels exàmens o fa l'examen de recuperació. A més a més possibles matricules d'honor seran atorgades quan es coneix la nota final de l'assignatura.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Avaluació continuada	30%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 6
Exàmens (parcial i final)	70%	1	0,04	1, 2, 3, 4, 5, 6
Prova de recuperació	100%	0	0	1, 2, 3, 4, 5, 6

Bibliografia

D.K. ARROWSMITH, C.M. PLACE, An Introduction to dynamical Systems, Cambridge University Press, 1990.

D.K. ARROWSMITH, C.M. PLACE, Dynamical Systems, differential equations, maps and chaotic behaviour, Chapman & Hall Mathematics, 1992.

J.C. ARTES, F. DUMORTIER and J.LLIBRE, Qualitative Theory of Planar Differential Systems, Universitext, Springer-Verlag Berlin, 2006.

R.L. DEVANEY, An introduction to chaotic dynamical systems, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., 1986.

R.L. DEVANEY, Chaos, fractals and Dynamics, Computer experiments in mathematics, Addison-Wesley, 1990.

R.L. DEVANEY, A first course in chaotic dynamical systems, Theory and Experiment, Studies in Nonlinearity, 1992.

J. GUCKENHEIMER, P. HOLMES, Nonlinear oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields, Springer-Verlag, 1993.

M. HIRSCH, S. SMALE and R. DEVANEY, Differential Equations, Dynamical Systems and an Introduction to Chaos, Elsevier Academic Press, 2004.

M.C. IRWIN, Smooth Dynamical Systems, Advanced series in Nonlinear Dynamics, vol.17, World Scientific, 2001.

A. KATOK, B. HASSELBLATT, Introduction to the modern theory of dynamical systems, Encyclopedia of mathematics and its applications 54, 1995.

S. LYNCH, Dynamical Systems with Applications using MAPLE, Birkhäuser, 2000.

L.PERKO, Differential Equations and Dynamical Systems, Springer-Verlag, 1996.

C.ROBINSON, Dynamical Systems: Stability, Symbolic Dynamics and Chaos CRC Press, 1999.

J. SOTOMAYOR, Lições de equações diferenciais ordinárias, Projecto Euclides, Gráfica Editora Hamburg Ltda., 1979.