

Fonaments de les matemàtiques**2015/2016**

Codi: 100089

Crèdits: 9

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OB	1	1

Professor de contacte

Nom: Agustí Reventós Tarrida

Correu electrònic: Agusti.Reventos@uab.cat

Utilització de llengües

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Equip docent

Carlos Broto Blanco

Wolfgang Pitsch

David Marín Pérez

Prerequisits

A banda d'un bon coneixement pràctic de l'aritmètica entera i d'habilitat en la manipulació d'expressions algebraïques, no es requereixen coneixements matemàtics previs concrets per seguir el curs. Això sí, és imprescindible la voluntat d'entendre bé els raonaments i tenir sentit crític davant les afirmacions matemàtiques dels altres i, sobretot, les pròpies.

Objectius

En la primera part del curs, la més intensa quant al nombre de classes, s'introduirà el llenguatge bàsic de les matemàtiques i dedicarem molta atenció a utilitzar-lo correctament. Un bon domini del llenguatge és imprescindible per entendre, fer i comunicar matemàtiques. Les idees són essencials i el llenguatge poderós, ns al punt de que alguns problemes es resolen un cop han estat formulats en llenguatge adient. Seguir i resseguir, pensar i repensar les demostracions, descobrint i gaudint dels detalls serà part important de la feina tot aquest curs. Conjunts i aplicacions, comptatge d'elements i relacions d'equivalència serà el contingut per on ens mourem la primera part.

A la segona part del curs visitarem els números enters i els polinomis amb els ulls de la primera part, veurem belles demostracions de fets ben coneguts com ara que hi ha innits números primers o que existeix el màxim comú divisor de dos números, i els seus resultats anàlegs per polinomis.

Esperem que els teoremes i demostracions del curs contribueixin a que l'alumne adquireixi una adequada formació que li permeti començar a fer demostracions per ell mateix, a ser crític davant les afirmacions matemàtiques i, sobretot, combatiu davant els problemes.

Competències

- Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Calcular, reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat
- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic

- Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
- Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes

Resultats d'aprenentatge

1. Adaptar raonaments teòrics a noves demostracions i situacions.
2. Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
3. Comprendre alguns mètodes de demostració
4. Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
5. Entendre el concepte bàsic d'aplicació i saber aplicar-lo
6. Entendre els conjunts cocient i saber treballar amb ells
7. Entendre les relacions d'equivalència i ordre.
8. Llegir enunciats de resultats i les seves demostracions, distingir situacions en les que falta donar un contraexemple
9. Manipular els conceptes bàsics de teoria de conjunts tal com apareixen a la taula de continguts.
10. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
11. Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
12. Resoldre congruències i calcular arrels de polinomis
13. Utilitzar el càlcul simbòlic per resoldre congruències i descompondre polinomis.
14. Utilitzar els mètodes d'algunes demostracions per efectuar càlculs concrets: resolució d'equacions diofàntiques i de congruències, factorització de polinomis si hom en coneix alguna arrel

Continguts

0. Introducció històrica

Els Elements d'Euclides.

Resolució de l'equació de segon grau amb regla i compàs. Càlcul de $\cos 2\pi/5$.

1. Lògica del raonament matemàtic

Què vol dir fer matemàtiques?

Proposicions matemàtiques, recíproc, contrarecíproc.

Teoremes, implicacions, demostracions directes i contrarecíproques, demostracions per contradicció.

Axiomes de Peano. Demostracions per inducció.

2. Teoria de conjunts

Teoria axiomàtica de conjunts. Paradoxa de Russell.

Aplicacions entre conjunts i comptatge. Conjunts finits i infinits. Conjunt quocient.

Combinatòria. Variacions, combinacions i permutacions amb i sense repetició. Ordre i signe d'una permutació.

Fórmula del binomi. Principi d'inclusió-exclusió.

3. Nombres enters i congruències

Divisió entera. Màxim comú divisor i mínim comú múltiple. Identitat de Bézout. Algorisme d'Euclides. Equacions diofàntiques. Nombres primers entre ells i nombres primers. Factorització en primers. Congruències. Congruències d'Euler i Fermat. Teorema xinès del residu.

4. Polinomis

Divisió entera de polinomis. Màxim comú divisor i mínim comú múltiple. Identitat de Bézout. Algorisme d'Euclides. Polinomis irreductibles i polinomis primers entre ells. Descomposició en irreductibles. Zeros d'un polinomi. Nombres complexos. Descomposició de polinomis en irreductibles a $\mathbb{C}[x]$ i a $\mathbb{R}[x]$.

Metodologia

La metodologia i les activitats formatives estan adaptades als objectius d'aprenentatge i de formació de la matèria: introduir el llenguatge matemàtic, aprendre a utilitzar-lo correctament, veure demostracions i mètodes de demostració. Entenem que per assolir aquests objectius és important que l'alumne de primer curs vegi i entengui el desenvolupament de la teoria però també, i potser sobretot, que intenti fer els exercicis i escriure'ls correctament, imitant allò que hom li ha presentat en les classes de teoria. Així les classes magistrals es simultaniegen amb classes de problemes i de seminari, amb la preparació d'exercicis per lliurar i amb entrevistes personals amb els professors per explicar els exercicis lliurats.

El curs comença intensivament, quant a la presència, durant cinc setmanes per tal de proporcionar coneixements i eines de llenguatge bàsiques per a totes les matèries. Les altres setmanes el nombre de classes es redueix considerablement. Tot i això, i també per això, caldrà que l'alumne mantingui alts l'atenció i el nivell d'estudi.

Setmanalment hi haurà sessions de problemes i de seminari en les que el professor proporcionarà materials amb exercicis pràctics i qüestions teòriques. Els alumnes haurien de preguntar al professor tantes vegades com els sigui necessari (si no entenen un enunciat, si estan encallats, si volen opinió sobre la seva resolució...), finalment el professor explicarà la resolució dels problemes més representatius. A la classe de problemes, a més de comentar i acabar si cal la resolució dels problemes del seminari, es donaran llistes d'exercicis perquè l'alumne els pensí pel seu compte.

Alguns dels exercicis es lliuraran i es puntuaran per la nota final de l'assignatura, tal com s'explica a l'apartat dedicat a avaluació. Sobre aquests exercicis hi haurà també una entrevista personal amb el professor.

En els exercicis de congruències i factorització de polinomis l'alumne podrà utilitzar el programari MAPLE que ja haurà estat introduït a l'assignatura d'informàtica.

S'obrirà una aplicació d'aquesta assignatura al Campus Virtual de la universitat per tal de subministrar material i informació relatius a l'assignatura, quan calgui.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	27	1,08	4, 10, 11
Classes de teoria	43	1,72	

Tipus: Supervisades		
Classes de seminari	20	0,8
Tipus: Autònomes		
Estudi de la teoria i resolució d'exercicis	122	4,88

Avaluació

L'avaluació del curs és contínua. La nota s'obté amb les següents activitats:

- 1) Lliurament d'exercicis. L'alumne tindrà una entrevista personal amb un dels professors de l'assignatura. (10% de la nota)
- 2) Lliurament de pràctiques de seminari. L'alumne tindrà una entrevista personal amb un dels professors de l'assignatura. (10% de la nota)
- 3) Dos examens parcials. (80% de la nota, 40%+40%)
- 4) Examen de recuperació. Aquells alumnes que no hagin superat l'assignatura amb la suma ponderada de les notes dels apartats 1), 2) i 3) anteriors, podran realitzar un examen global de l'assignatura. (Per imperatiu legal aquest examen només compta un 80% de la nota final. En particular, la nota màxima que un alumne pot treure anant a l'examen de recuperació és 8 sobre 10)
- 5) Examen per millorar nota. Els alumnes aprovats per curs (és a dir, que superin el 5 sobre 10 amb la suma ponderada de les notes dels apartats 1), 2) i 3)) que vulguin millorar nota ho podran fer el mateix dia i hora que l'examen de recuperació. La nota d'aquest examen només es considerarà si millora la que ja tenia l'alumne.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Dos examens parcials (40%+40%)	80%	8	0,32	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14
Examen de recuperació	80%	3	0,12	
Lliurament de pràctiques de seminaris	10%	1	0,04	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14
Lliurament d'exercicis	10%	1	0,04	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14

Bibliografia

Bibliografia fonamental

R. Antoine, R. Camps i J. Moncasi. *Introducció a l'àlgebra abstracta amb elements de matemàtica discreta*. Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, núm. 46, Bellaterra, 2007. {Capítols 1 a 4}.

Bibliografia complementaria

M. Castellet, I. Llerena. *Àlgebra lineal i geometria*. Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, núm. 1, Bellaterra, 1988. {Capítols 1 i 2}.

Altres

R. Godement, *Álgebra*, Ed. Tecnos, 1967.

A. Cupillari, *The nuts and bolts of proofs*. Elsevier Academic Press, 2005.

E. Bujalance, J.A. Bujalance, A.F. Costa, E. Martínez. *Problemas de Matemática Discreta*. Sanz y Torres, Madrid.

P.J. Eccles, *An introduction to mathematical reasoning, numbers, sets and functions*. Cambridge University Press, Cambridge, 2007.

C. Schumacher, *Chapter Zero*, Addison Wesley, 2001.