

## Equacions diferencials i modelització I

2015/2016

Codi: 100100

Crèdits: 9

| Titulació            | Tipus | Curs | Semestre |
|----------------------|-------|------|----------|
| 2500149 Matemàtiques | OB    | 3    | 1        |

### Professor de contacte

Nom: Anna Cima Mollet

Correu electrònic: Anna.Cima@uab.cat

### Utilització de llengües

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

### Altres indicacions sobre les llengües

Només es farà un grup en català

### Equip docent

Magdalena Caubergh

### Prerequisits

Àlgebra lineal.

Càlcul amb diverses variables i optimització.

### Objectius

La teoria d'Equacions Diferencials (ED's) es distingeix tant per la riquesa de idees i mètodes com per la seva aplicabilitat. Així l'assignatura Equacions Diferencials i Modelització I té una vessant teòrica (que es treballarà a les classes de teoria i de problemes) i una vessant molt aplicada, que s'introduirà a les classes de teoria i que es practicarà tant a classes de problemes com a les classes pràctiques que es realitzaran al laboratori d'informàtica. D'una banda farem èmfasi en la presentació de la teoria i en la demostració dels resultats i d'altra banda els alumnes aprendran a modelar situacions reals que els permetin predir els comportaments estudiats.

A nivell formatiu pensem que aquesta assignatura és bona per mostrar als alumnes que certs resultats teòrics que ja coneixen d'altres matèries ( propietats topol·lògiques dels espais normats i Teorema de la forma canònica de Jordan, per exemple) s'apliquen a l'hora de fonamentar la teoria d'equacions diferencials per finalment poder donar resposta a preguntes motivades per problemes aplicats que venen regits per models deterministes.

### Competències

- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
- Reconèixer la presència de les Matemàtiques en altres disciplines

- Treballar en equip
- Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes

## Resultats d'aprenentatge

1. Aplicar els principals mètodes per resoldre equacions diferencials ordinàries i algunes equacions en derivades parcials senzilles.
2. Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
3. Resoldre sistemes lineals d'equacions diferencials ordinàries.
4. Traduir alguns problemes reals en termes d'equacions diferencials ordinàries i equacions en derivades parcials.
5. Treballar en equip

## Continguts

### 1. Equacions diferencials de primer ordre en una variable.

1.1 Introducció a les equacions diferencials. Mètodes de resolució: equacions separables, lineals, exactes, factors integrants. Canvi de variable.

1.2 Aplicacions: Desintegració radioactiva, problemes de barreges, models de poblacions, etc.

### 2. Equacions lineals.

2.1 Propietats generals de les equacions diferencials lineals: Existència i unicitat de solucions per al problema de Cauchy, estructura de l'espai de solucions de les equacions lineals, matrius fonamentals.

2.2 Sistemes d'equacions lineals a coeficients constants: Exponencial d'una matriu. Càlcul de l'exponencial de les matrius canòniques de Jordan. El cas no homogeni.

2.3 L'equació lineal d'ordre  $n$ : Propietats generals. Les equacions homogènies a coeficients constants. Càlcul de solucions particulars per a la no homogènia.

2.4 L'equació lineal d'ordre 2: Sistemes mecànics, circuits elèctrics, oscil·lacions periòdiques forçades. El fenomen de la ressonància.

### 3. Els Teoremes Fonamentals.

3.1 L'espai de funcions contínues i acotades sobre un espai topològic: Existència i unicitat de solucions, interval màxim de les solucions, estructura de l'espai de solucions, matrius fonamentals.

3.2 Teoremes de Picard i de Peano: Funcions localment lipschitzianes. Existència i unicitat locals. Stone-Weierstrass i demostració de Peano.

3.3 Prolongació de solucions: Existència i unicitat de solucions improrogables per a problemes amb existència i unicitat de solucions. El Lema de Wintner.

3.4 Dependència contínua i diferenciable de les solucions respecte de condicions inicials i paràmetres: Enunciat dels teoremes i exemples.

### 4. Teoria qualitativa de sistemes autònoms.

4.1 Sistema dinàmic induït per una equació diferencial autònoma. Punts crítics i òrbites periòdiques. Estabilitat. Equivalència i conjugació.

4.2 Teorema del flux tubular. Teorema de Hartman.

4.3 Estudi qualitatiu de les equacions lineals.

## Metodologia

Farem tres tipus d'activitats presencials: classes teòriques, classes de problemes i classes pràctiques al laboratori d'informàtica.

A les classes de teoria el professor es dedicarà a l'exposició de matèria nova. A la plana web de l'assignatura hi haurà diferents materials per a ajudar a la comprensió dels temes que s'exposaran a classe.

De forma periòdica el professor lliurarà uns fulls d'exercicis que els alumnes han de pensar, intentar resoldre i sobre els quals es treballarà a la classe de problemes.

És ben sabut que la única manera d'aprendre matemàtiques es fent molts i molts problemes. Per aquesta raó pensem que els alumnes han de dedicar un mínim de 5 hores a la setmana a la resolució de problemes d'aquesta assignatura.

Es faran exàmens de problemes per a garantir que aquest treball es fa de manera continuada.

A les classes pràctiques es treballarà cada dia un tema diferent; la pràctica es començarà a treballar a l'aula i els alumnes han de finalitzar-la a casa.

## Activitats formatives

| Títol                                        | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge |
|----------------------------------------------|-------|------|--------------------------|
| <b>Tipus: Dirigides</b>                      |       |      |                          |
| Classes de teoria                            | 45    | 1,8  |                          |
| Pràctiques de modelització                   | 12    | 0,48 |                          |
| <b>Tipus: Supervisades</b>                   |       |      |                          |
| Classes de problemes                         | 15    | 0,6  |                          |
| <b>Tipus: Autònomes</b>                      |       |      |                          |
| Estudi de la teoria i resolució de problemes | 122   | 4,88 |                          |

## Avaluació

Un 45% de l'assignatura s'avaluarà de manera continuada.

### Avaluació continuada:

- Pràctiques: Lliurament de dos informes (5%), dues proves al final de dues pràctiques (5%) i un examen final (10%).
- Dos exàmens que comptaran un 10% i un 15%, respectivament.

### Avaluació recuperable:

- Una prova final que comptarà un 55%.
- Una recuperació de l'examen final que comptarà un 55%

És imprescindible treure un mínim d'un 4 a l'examen final per a poder fer la mitjana ponderada que hem explicat.

Es podrà sumar fins a un punt extra si es participa activament a les classes de problemes i entregant algun informe extra de pràctiques.

## Activitats d'avaluació

| Títol                 | Pes | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge |
|-----------------------|-----|-------|------|--------------------------|
| Entrega de pràctiques | 10% | 12    | 0,48 | 2, 3, 4, 5               |
| Examen de pràctiques  | 10% | 3     | 0,12 | 2, 3, 4                  |
| Examen final          | 55% | 4     | 0,16 | 2, 3, 4                  |
| Examen repesca        | 55% | 4     | 0,16 | 1, 3                     |
| Exàmens parcials      | 25% | 8     | 0,32 | 1, 3                     |

## Bibliografia

F. Mañosas Apunts d'Equacions diferencials. Campus virtual.

R. Martínez. *Models amb Equacions Diferencials*. Materials de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, no. 149. Bellaterra, 2004.

V. Jimenez. *Ecuaciones diferenciales*. Serie: enseñanza. Universidad de Murcia, 2000.

M. Guzmán. *Ecuaciones diferenciales ordinarias*. Ed. Alhambra, Madrid, 1978.

C. Fernandez y J.M. Vegas. *Ecuaciones diferenciales*. Pirámide, Madrid, 1996.

M. W. Hirsch, S. Smale, R. Devaney. *Differential Equations, Dynamical Systems: An Introduction to Chaos*. Elsevier, 2003.

P. Blanchard, and R.L. Devaney. *Differential Equations*. G.R. Hall, 2002. Traduït al castellà: "Ecuaciones Diferenciales". International Thomson Editores, México, 1999.

E. Boyce, y R.C. Di Prima. *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera*. Ed. Limusa, México, 1967.

M. Braun. *Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones*. Grupo Editorial Iberoamérica. México, 2000.

R.L. Borrelli and C.S. Coleman. *Differential equations: a modeling perspective*. Prentice-Hall, 1987.

R.K. Nagle, E.B. Saff and A.D. Snyder. *Fundamentos de Ecuaciones diferenciales*. Addison Wesley, 1992.

C. Perelló. *Càlcul infinitesimal amb mètodes numèrics i aplicacions*. Enciclopèdia Catalana, 1994.

G.F. Simmons. *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones y notas históricas*. Mc Graw-Hill, 1977.

D.G. Zill. *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*. International Thomson Editores, México, 2001.

G. Fulford, P. Forrester, A. Jones. *Modelling with differential and difference equations*. Cambridge University Press, New York, 1997.

H. Ricardo. *Ecuaciones diferenciales: una introducción moderna*. Editorial Reverté, Barcelona, 2008.