

Sistemes dinàmics**2015/2016**

Codi: 100118

Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OT	4	0

Professor de contacte

Nom: Joan Torregrosa Arús

Correu electrònic: Joan.Torregrosa@uab.cat

Utilització de llengües

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Prerequisites

Equacions diferencials ordinàries: existència i unicitat de les solucions del problema de Cauchy. Resolució de sistemes diferencials lineals amb coeficients constants.

Àlgebra lineal: espais i subespais vectorials, diagonalització de matrius.

Objectius

Aquest curs és una iniciació a la teoria moderna de sistemes dinàmics. Un primer objectiu és que l'alumne es familiaritzi amb la noció abstracte de sistema dinàmic i els conceptes bàsics d'aquesta teoria: estabilitat, atractor, conjunts invariants, omega límits, etc. El segon objectiu és entendre com és el comportament local, tant dels sistemes dinàmics discrets com els continus, en l'entorn d'un punt d'equilibri o d'una òrbita periòdica. Aquest comportament local es basa en la classificació topològica dels sistemes lineals a $\mathbb{R}^n$, tant els que venen determinats pel flux d'equacions diferencials ordinàries (sistemes dinàmics continus) com els que provenen de la iteració de funcions (sistemes dinàmics discrets). Els sistemes lineals són molt importants. D'una banda perquè apareixen en l'estudi de molts fenòmens físics d'interès i d'altra banda perquè són la primera aproximació de sistemes més complicats.

La Teoria qualitativa de les equacions diferencials es va iniciar amb els treballs de Poincaré cap a l'any 1880 en relació amb els seus treballs de Mecànica Celest i tracta de conèixer propietats de les solucions sense necessitat de resoldre les equacions, entre altres coses perquè la resolució no és factible. Aquest enfoc qualitatiu, quan es combina amb mètodes numèrics adequats, és, en alguns casos, equivalent a tenir les solucions de l'equació. Tractarem doncs de que l'alumne conegui alguns resultats bàsics de la teoria qualitativa (Teoremes de Liapunov, Teorema de Hartman i Teoremes de les varietats estable i central) sobre l'estructura local dels punts crítics i les òrbites periòdiques i en el cas de $\mathbb{R}^2$ s'iniciï en el problema de detectar l'existència d'òrbites periòdiques via els teoremes de Poincaré-Bendixson i Bendixson-Dulac.

L'últim objectiu és el d'introduir les tècniques per entendre la dinàmica global discreta. L'exemple principal serà el d'una família paramètrica de sistemes dinàmics discrets: les aplicacions unimodals, i que (per alguns valors dels paràmetre) presenten una dinàmica que porta de manera senzilla a la noció de sistema caòtic. Per aquests sistemes l'aproximació numèrica no és factible i per entendre la seva dinàmica calen noves eines. Els sistemes caòtics es presenten sovint a les aplicacions (problemes de predicció meteorològica, circuits elèctrics, etc).

Competències

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic

- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat

Resultats d'aprenentatge

1. Conèixer la resolució de certs problemes teòrics així com conèixer l'existència de certs problemes oberts en la teoria d'equacions en derivades parcials i de sistemes dinàmics
2. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
3. Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat
4. Saber aplicar les eines dinàmiques descrites en les classes de teoria per descriure processos regits per equacions diferencials.
5. Saber demostrar resultats d'equacions en derivades parcials i sistemes dinàmics.

Continguts

1. Sistemes Dinàmics a espais Euclidians.

- Sistemes dinàmics definits per equacions diferencials i per difeomorfismes.
- Òrbites; punts crítics i òrbites periòdiques.
- Conjunts invariants i conjunts límit.
- Atractors. Estabilitat Liapunov.
- Conjugació de sistemes dinàmics.

2. Estudi de la dinàmica local, discreta i continua.

- Punts regulars Teorema del flux tubular.
- Punts crítics i punts fixos: Solucions dels sistemes lineals.
- Classificació topològica dels sistemes lineals continus i discrets.
- Estabilitat. Funcions de Liapunov;
- Teorema de Hartman, de la varietat estable i de la varietat central.
- Òrbites periòdiques: Aplicació de Poincaré i estabilitat.

3. Dinàmica global en sistemes continus.

- Equacions diferencials ordinàries a $\mathbb{R}^2$: Teorema de Poincaré-Bendixon, Teorema de Bendixon-Dulac, Existència i unicitat de cicles límit, Equació de Liénard.
- Equacions diferencials ordinàries en dimensió major que 2.

4. Dinàmica global en sistemes discrets.

- Iteració en dimensió 1 i 2.
- Les aplicacions unimodals.
- Caos. El shift de Bernoulli. La ferradura de Smale.

Metodologia

L'assignatura disposa, al llarg del semestre de dues hores de classe de teoria i una hora de classe de problemes cada setmana.

Els horaris i aules hauran de consultar-se al web de la titulació (<http://mat.uab.cat/gmat>). Està oberta una aplicació d'aquesta assignatura al Campus Virtual (CV) de la universitat per tal de subministrar tot el material i tota la informació relativa a aquesta assignatura que li calgui a l'estudiant.

Classes de teoria. El professor anirà desenvolupant els temes del programa en l'ordre indicat. Al CV hi haurà també a disposició dels alumnes una bibliografia i material de suport, si cal, per a la teoria i/o problemes.

Classes de problemes. Les llistes de problemes estaran disponibles al CV. Alguns d'aquests problemes es treballaran a l'aula, d'altres s'hauran d'entregar resolts.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	14	0,56	
Classes de Teoria	29	1,16	
Seminaris	6	0,24	
Tipus: Autònomes			
Estudi de teoria	32	1,28	
Preparació d'examen	15	0,6	
Realització de problemes	44	1,76	

Avaluació

Un 40% de la nota correspon a l'entrega, correcció de problemes (75%) i la seva exposició a l'aula (25%).

L'altre 60% per cent de la nota correspon a 2 exàmens, un a mig semestre que puntuarà un 33% i un al final del semestre que puntuarà un 67%.

L'examen de recuperació només permetrà recuperar la nota de l'examen de final de semestre. La resta es considera avaluació continuada, i per tant, no recuperable.

IMPORTANT: Es considerarà que un alumne/a s'ha presentat a l'assignatura si fa 1/2 de l'avaluació continuada o l'examen final o el de recuperació.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Exàmens	60%	5	0,2	1, 2, 4, 5
Prova de recuperació	100%	0	0	
Resolució i exposició de problemes	40%	5	0,2	2, 3

Bibliografia

D.K. ARROWSMITH, C.M. PLACE, An Introduction to dynamical Systems, Cambridge University Press, 1990.

D.K. ARROWSMITH, C.M. PLACE, Dynamical Systems, differential equations, maps and chaotic behaviour, Chapman & Hall Mathematics, 1992.

J.C. ARTES, F. DUMORTIER and J.LLIBRE, Qualitative Theory of Planar Differential Systems, Universitext, Springer-Verlag Berlin, 2006.

R.L. DEVANEY, An introduction to chaotic dynamical systems, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., 1986.

R.L. DEVANEY, Chaos, fractals and Dynamics, Computer experiments in mathematics, Addison-Wesley, 1990.

R.L. DEVANEY, A first course in chaotic dynamical systems, Theory and Experiment, Studies in Nonlinearity, 1992.

J. GUCKENHEIMER, P. HOLMES, Nonlinear oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields, Springer-Verlag, 1993.

M. HIRSCH, S. SMALE and R. DEVANEY, Differential Equations, Dynamical Systems and an Introduction to Chaos, Elsevier Academic Press, 2004.

M.C. IRWIN, Smooth Dynamical Systems, Advanced series in Nonlinear Dynamics, vol.17, World Scientific, 2001.

A. KATOK, B. HASSELBLATT, Introduction to the modern theory of dynamical systems, Encyclopedia of mathematics and its applications 54, 1995.

S. LYNCH, Dynamical Systems with Applications using MAPLE, Birkhäuser, 2000.

L.PERKO, Differential Equations and Dynamical Systems, Springer-Verlag, 1996.

C.ROBINSON, Dynamical Systems: Stability, Symbolic Dynamics and Chaos CRC Press, 1999.

J. SOTOMAYOR, Lições de equações diferenciais ordinárias, Projecto Euclides, Gráfica Editora Hamburg Ltda., 1979.