

**Matemáticas II****2015/2016**Código: 102096  
Créditos ECTS: 6

Titulación	Tipo	Curso	Semestre
2501231 Contabilidad y Finanzas	FB	1	2
2501232 Empresa y Tecnología	FB	1	2

**Contacto**

Nombre: Antonio Angel Martinez Chamizo

Lengua vehicular mayoritaria: catalán (cat)

Correo electrónico: AntonioAngel.Martinez@uab.cat

**Prerequisitos**

Para poder efectuar un buen seguimiento de esta asignatura hace falta saber manipular los conceptos y herramientas matemáticas básicas, así como haber adquirido previamente las nociones fundamentales de continuidad, derivada y análisis y representación gráfica de funciones reales de una variable real que se presentan y trabajan en el curso de Matemáticas I.

**Objetivos y contextualización**

En esta asignatura se introduce al alumno en el estudio del álgebra lineal y de las funciones con diferentes variables, poniendo énfasis en sus aplicaciones en el entorno de la economía. El alumno debería no solo adquirir y asimilar nuevos conocimientos matemáticos, sino también ser capaz de aplicarlos en el análisis cuantitativo que requerirá tanto dentro del análisis económico como en otras materias del ámbito empresarial.

Por tanto, el objetivo de la asignatura es que el alumno se familiarice con las nociones matemáticas básicas que después utilizará en el estudio de la teoría y análisis económico.

En concreto, los objetivos que se pretenden alcanzar son:

1. Familiarizar al estudiante con el espacio euclidiano n-dimensional
2. Trabajar con determinantes y matrices
3. Resolver sistemas de ecuaciones lineales
4. Entender las funciones de diferentes variables y su papel en modelos económicos más complejos
5. Representar geoméricamente funciones de dos variables usando los mapas de curvas de nivel.
6. Entender la noción de límite de una función en un punto y de función continua.
7. Entender el Teorema de Weierstrass
8. Familiarizar al estudiante con las derivadas parciales de las funciones con diferentes variables y con el concepto de diferenciabilidad.
9. Utilizar las derivadas parciales para la obtención del pendiente de la curva de nivel en un punto y para realizar ejercicios de estadística comparativa.
10. Resolver problemas de optimización sin restricciones y con restricciones de igualdad.

## Competencias

### Contabilidad y Finanzas

- Analizar, sintetizar y evaluar la información.
- Interpretar y utilizar herramientas matemáticas y estadísticas para identificar y resolver problemas del ámbito económico-empresarial con componentes deterministas y/o aleatorios.
- Organizar el trabajo, en cuanto a la ordenación y planificación del mismo.
- Trabajar en equipo.

### Empresa y Tecnología

- Capacidad de análisis y de síntesis, de organizar, de planificar, de resolver problemas y tomar decisiones.
- Desarrollar estrategias de aprendizaje autónomo.
- Interpretar y utilizar herramientas matemáticas y estadísticas para identificar y resolver problemas del ámbito económico-empresarial con componentes deterministas y/o aleatorios.
- Trabajar en equipo, compartiendo los conocimientos y sabiéndolos comunicar al resto del equipo y la organización.

## Resultados de aprendizaje

1. Analizar, sintetizar y evaluar la información.
2. Aplicar los teoremas de la Función Inversa y de la Función Implícita a problemas concretos.
3. Capacidad de análisis y de síntesis, de organizar, de planificar, de resolver problemas y tomar decisiones.
4. Citar resultados básicos del Cálculo Diferencial en varias variables reales.
5. Desarrollar estrategias de aprendizaje autónomo.
6. Discutir y resolver sistemas de ecuaciones lineales.
7. Operar con matrices y calcular determinantes.
8. Organizar el trabajo, en cuanto a la ordenación y planificación del mismo.
9. Plantear y resolver analíticamente problemas de optimización en el ámbito de la economía y de la empresa.
10. Trabajar en equipo.
11. Trabajar en equipo, compartiendo los conocimientos y sabiéndolos comunicar al resto del equipo y la organización.

## Contenido

### 1. Tema 1

*Objetivo: Explicar el espacio euclidiano  $n$ -dimensional y las operaciones básicas de vectores (suma de vectores, producto de vector por escalar y producto interior de dos vectores), las nociones de norma y distancia euclidiana y las propiedades básicas de conjuntos (abiertos, cerrados, compactos y convexos).*

### TEMA 1. EL ESPACIO EUCLIDIANO $n$ -DIMENSIONAL

- 1.1. Vectores
- 1.2. Suma de vectores
- 1.3. Producto de vector por escalar
- 1.4. Producto interior
- 1.5. Propiedades de las operaciones básicas y sus interpretaciones geométricas
- 1.6. Norma euclidiana y sus propiedades
- 1.7. Distancia euclidiana y sus propiedades
- 1.8. Conjuntos abiertos y cerrados
- 1.9. Conjuntos acotados y compactos
- 1.10. Conjuntos convexos

**Caso Práctico:** Restricciones presupuestaria

**2. Tema 2**

*Objetivo: Introducir las nociones básicas de álgebra lineal: dependencia e independencia lineal de vectores, matrices, determinantes, matrices inversas y sistemas de ecuaciones lineales.*

**TEMA 2. ALGEBRA LINEAL**

2.1. Dependencia e independencia lineal de vectores

2.2. Matrices, determinantes, matrices inversas y rango

2.3. Teorema de Rouché-Fröbenius

2.4. Resolución de sistemas de ecuaciones lineales: regla de Cramer, resolución por Gauss

**Caso Práctico:** Cálculo de determinantes, matrices inversas y solución de sistemas de ecuaciones lineales

**3. Tema 3**

*Objetivo: Introducir las funciones de varias variables como instrumento para describir las relaciones entre variables económicas. Representar las funciones de varias variables gráficamente a partir de sus curvas de nivel.*

**TEMA3. FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES. REPRESENTACION GRAFICA Y CURVAS DE NIVEL**

3.1. Funciones de varias variables

3.2. Funciones componentes

3.3. Dominio de la función

3.4. Funciones lineales y matrices asociadas

3.5. Curva de nivel

3.6. Mapa de curvas de nivel

**Caso Práctico:** Funciones de reproducción, funciones de utilidad y funciones de salario. Funciones Cobb-Douglas, lineales, Leontiev y cuasi-lineales.

**4. Tema 4**

*Objetivo: Definir el límite de una función en un punto (y estudiar sus propiedades básicas), los límites direccionales y las funciones continuas (y estudiar sus propiedades). Presentar el Teorema de Weierstrass y dar las propiedades geométricas de los óptimos restringidos a partir de la representación gráfica de la restricción y del mapa de curvas de nivel de función.*

**TEMA 4. LIMITE DE UNA FUNCION EN UN PUNTO Y CONTINUIDAD. TEOREMA DE WEIERSTRASS**

4.1. Límite de una función en un punto

4.2. Propiedades del límite de una función en un punto

4.3. Límites direccionales

4.4. Concepto de función continua

4.5. Funciones continuas y límites direccionales

4.6. Teorema de Weierstras

**Caso Práctico:** Obtención, por procedimientos geométricos, de los máximos de diversas funciones de interés en el ámbito de la economía y la empresa.

**5. Tema 5**

*Objetivo: Definir las derivadas direccionales y parciales de las funciones de varias variables, interpretando su significado. Presentar el vector gradiente de una función en un punto y señalar su interpretación geométrica*

*en relación al crecimiento de la función en el punto. Definir la matriz jacobiana. Definir el diferencial de una función en un punto y las funciones diferenciables. Presentar la regla de la cadena, las derivadas de orden superior, la hessiana y el Teorema de Schwartz.*

#### **Tema 5: DERIVADA PARCIALES Y FUNCIONES DIFERENCIABLES**

- 5.1. Derivada de una función en un punto en la dirección de un vector unitario.
- 5.2. Derivadas parciales en un punto.
- 5.3. Funciones derivadas parciales.
- 5.4. Gradiente de la función en un punto. Interpretación geométrica y derivadas direccionales.
- 5.5. Jacobiana de la función en un punto.
- 5.6. Funciones diferenciables. Continuidad de las funciones derivadas parciales.
- 5.7. Regla de la cadena.
- 5.8. Derivadas superiores, hessiana y Teorema de Schwartz.

**Caso Práctico:** Obtención y interpretación geométrica de los gradientes de diversas funciones de interés en el ámbito de la economía y la empresa.

#### **6. Tema 6**

*Objetivo: Presentar el Teorema de la función implícita y el Teorema de la función inversa como instrumentos para la obtención de la aproximación lineal a la curva de nivel de la función en un punto y para hacer los ejercicios de estática comparativa, respectivamente.*

#### **Tema 6: TEOREMA DE LA FUNCIÓN IMPLÍCITA Y TEOREMA DE LA FUNCIÓN INVERSA**

- 6.1. Teorema de la función implícita.
- 6.2. Teorema de la función inversa.
- 6.3. Aplicaciones e intuiciones geométricas.

**Caso Práctico:** Obtención de la pendiente de la curva de nivel de diversas funciones de interés en el ámbito de la economía y la empresa. Ejercicios de estática comparativa en diversos modelos económicos básicos.

#### **7. Tema 7**

*Objetivo: Dar las técnicas fundamentales para la obtención de óptimos de funciones de varias variables y introducir las nociones de funciones cóncavas y convexas.*

#### **Tema 7: OPTIMIZACIÓN SIN RESTRICCIONES**

- 7.1. Formas cuadráticas.
- 7.2. Óptimos locales y globales.
- 7.3. Condiciones de primer y segundo orden de los óptimos locales.
- 7.4. Óptimos globales de funciones cóncavas y convexas.

**Caso Práctico:** Determinación de extremos y estudio de la concavidad y convexidad de diversas funciones de interés en el ámbito de la economía y la empresa.

#### **8. Tema 8**

*Objetivo: Dar las técnicas fundamentales para la optimización de funciones de diferentes variables con restricciones de igualdad e introducir el Teorema de Lagrange.*

#### **Tema 8: OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES**

- 8.1. Problemas de maximización y minimización con restricciones de igualdad.
- 8.2. Óptimos restringidos locales. Teorema de Lagrange.
- 8.3. Óptimos restringidos globales de funciones cóncavas y convexas.
- 8.4. Introducción a las restricciones de desigualdad

**Caso Práctico:** Resolución de diversos problemas de optimización en el entorno de la economía y la empresa.

## Metodología

### 1. Clases teóricas donde los profesores desarrollarán los principales conceptos.

El objetivo de esta actividad es presentar las nociones fundamentales y facilitar el aprendizaje del alumno poniendo énfasis en las aplicaciones económicas de las matemáticas aprendidas.

### 2. Docencia tutelada donde los profesores aplicarán los conceptos estudiados en familias concretas de funciones de diferentes variables.

El objetivo de esta actividad es potenciar la independencia del alumno en el proceso de aprendizaje aplicando los conceptos teóricos a familias de funciones de diferentes variables.

### 3. Resolución de listas de problemas por parte de los alumnos.

Cada tema tendrá asociado una lista de problemas que deberá ser resuelta de manera autónoma. El objetivo de esta actividad es doble, ya que por un lado pretende que el alumno asimile los conceptos teóricos expuestos en clase y por otro lado que adquiera la destreza necesaria para resolver problemas.

Se potenciará la resolución cooperativa de problemas, en el marco de grupos de trabajo de 3 o 4 estudiantes, que sean estables durante todo el semestre y que colaboren en el trabajo en equipo para superar las dificultades que puedan tener alguno de sus componentes.

### 4. Clases de problemas donde se discutirá la resolución de problemas.

Esta actividad tiene como finalidad comentar y resolver las dudas que los alumnos hayan podido tener durante la resolución de los problemas con tal que estos puedan entender y al mismo tiempo corregir los posibles errores cometidos.

### 5. Tutorías presenciales

El alumno dispondrá de unas horas en las que los profesores de la asignatura podrán resolver las dudas de manera presencial.

## Actividades

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
<b>Tipo: Dirigidas</b>			
Clases de teoría	30	1,2	2, 4, 6, 7, 9
Clases prácticas	23	0,92	2, 4, 6, 7, 9
<b>Tipo: Supervisadas</b>			
Tutorías	15	0,6	
<b>Tipo: Autónomas</b>			
Estudio	30	1,2	2, 4, 6, 7, 9
Preparación y solución de ejercicios	45	1,8	2, 4, 6, 7, 9

## Evaluación

La evaluación del curso se hará de forma continuada, mediante un conjunto de actividades de evaluación parciales, y un examen final. El peso de cada uno de los componentes anteriores en el cómputo de la nota final es como sigue: - Mínimo 60% para el examen final, - Mínimo 20% para el resto de actividades de evaluación parcial.

Actividades de evaluación parcial: Como mínimo se hará una actividad de evaluación parcial. Si sólo se hace una única actividad, ésta será obligatoriamente un examen parcial que tendrá un tiempo de resolución máximo de 90 minutos. Se pueden llevar a cabo otras actividades de evaluación. Ninguna de las actividades de evaluación liberará materia del examen final de la asignatura.

Examen final: Incluye toda la materia del curso. El examen está diseñado para que el estudiante se vea forzado a realizar un último esfuerzo de aprendizaje que es necesario para consolidar los conocimientos previamente adquiridos. El tiempo de resolución máximo será de 3 horas. Todos los alumnos tienen la obligación de realizar los exámenes y demás tareas evaluables en las fechas señaladas en el calendario de la asignatura. En ningún caso se podrán hacer pruebas extraordinarias fuera de las fechas indicadas.

Si aplicando los pesos mencionados anteriormente la calificación del alumno es 5 o superior, se considera superada la asignatura y ésta no podrá ser objeto de una nueva evaluación. En el caso de una nota inferior a 4, el estudiante tendrá que volver a hacer la asignatura en el siguiente curso. Para aquellos estudiantes que en la evaluación hayan obtenido una nota que sea igual o superior a 4 e inferior a 5 habrá una re-evaluación. Los profesores de la asignatura decidirán la modalidad de esta re-evaluación. Esta re-evaluación está programada en la última semana del semestre. La nota de la reevaluación será cualitativa y sólo tendrá dos posibles opciones: APTO o NO APTO. Si el estudiante obtiene una nota de APTO se considera que ha superado la asignatura con una nota numérica máxima igual a 5. Si el alumno obtiene una calificación de NO APTO, no supera la asignatura y la nota final será igual a la nota obtenida antes de la re-evaluación.

Un alumno se considera que es "No Evaluable" siempre y cuando no haya participado en ninguna de las actividades de evaluación. Por tanto, se considera que un estudiante que realiza alguna componente de evaluación continuada ya no puede ser considerado "No Evaluable".

Código de honor: Sin perjuicio de otras medidas disciplinarias que se estimen oportunas, de acuerdo con la normativa académica vigente, se calificarán con un cero las irregularidades cometidas por el estudiante que puedan conducir a una variación de la calificación de un acto de evaluación. Por lo tanto, copiar o dejar copiar una práctica o cualquier otra actividad de evaluación implicará suspender con un cero, y si es necesario superarla para aprobar, toda la asignatura quedará suspendida. No serán recuperables las actividades de evaluación calificadas de esta forma y por este procedimiento, y por tanto la asignatura será suspendida directamente sin oportunidad de recuperarla en el mismo curso académico.

## Actividades de evaluación

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Examen final del semestre	mínimo 60%	3	0,12	1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 3, 11
Pruebas de seguimiento durante el semestre	mínimo 20%	4	0,16	1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 3, 10

## Bibliografía

### Bibliografía básica

El manual que a continuación se detalla será el libro de referencia para seguir los temas que conforman la asignatura de MATEMÁTICAS II.

Sydsaeter, K., P.J. Hammond, i A. Carvajal, 2012, Matemáticas para el Análisis Económico. Ed. Prentice Hall, Madrid.

Este es un manual de referencia de gran aceptación y tradición y que gracias a sus renovadas ediciones ha conseguido ser un referente. Además, cubre el temario de la asignatura Matemáticas para Economistas I. Es un texto completo, asequible y dirigido a las aplicaciones económicas.

### **Bibliografía complementaria**

Los manuales detallados a continuación pueden ser de gran utilidad para el alumno, ya sea porqué desee complementar las explicaciones expuestas en el manual de referencia o porqué quiera ampliar sus conocimientos.

Alegre, P., L. Jorba, F.J. Orti, G. Rodriguez, J.B. Saez, T. Sancho i A. Terceño, 2000, Ejercicios Resueltos de Matemáticas Empresariales II. Editorial Alfacentauró, Madrid.

Besada, M., F.J. García, M.A. Mirás i M.C. Vázquez, 2001, Cálculo de varias variables. Cuestiones y ejercicios resueltos, Ed. Prentice Hall, Madrid.

Chiang, A.C., 2006, Métodos Fundamentales de Economía Matemática, Ed. McGraw-Hill, Madrid. Larson, R. i R. Hostetler i B. Edwards, 2006, Cálculo II de varias variables, Ed. Mc Graw Hill, Méjico.

En la web de la asignatura en el Campus Virtual se añadirá material complementario a criterio del profesorado de la misma.