

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OB	3	1

Professor de contacte

Nom: Dolors Herbera Espinal

Correu electrònic: Dolors.Herbera@uab.cat

Utilització d'idiomes a l'assignatura

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Per a un bon seguiment de l'assignatura és necessari tenir present la Teoria de Grups vista a l'assignatura d'Estructures Algebraiques. Els grups s'usen de manera essencial dins de l'assignatura. De cara a poder treballar amb exemples, és especialment interessant està familiaritzat amb els grups "d'ordre petit".

També és important tenir present la part de teoria d'anells donada en l'assignatura Estructures algebraiques, especialment totes les questions relacionades amb la irreductibilitat de polinomis. Igualment el coneixent de cossos finits donat a Estructures algebraiques serà de molta utilitat.

Objectius

L'objectiu d'aquesta assignatura és presentar el rudiments de la teoria de Galois i la seva aplicació a problemes de construcció amb regla i compàs i sobre la resolubilitat d'equacions per radicals. Aquest últim problema, un dels més antics de la història de les matemàtiques, té les seves arrels a l'antiguitat en temps dels babilonis i culmina brillantment amb l'obra d'Evariste Galois qui desenvolupà la teoria per a caracteritzar les equacions resolubles per radicals.

La presentació moderna de la teoria de Galois representa una part central de l'àlgebra ja que els mètodes d'abstracció que s'hi utilitzen ens mostren la potència de diverses eines algebraiques introduïdes anteriorment. Així doncs, la traducció del problema a la teoria de cossos i posteriorment a la teoria de grups ens explica com branques abstractes i teòriques poden resoldre un problema clàssic i més aplicat.

En aquest curs començarem per introduir el problema de resolubilitat d'equacions per radicals en el context històric. Posteriorment la teoria de cossos ens proporcionarà el marc formal adequat on plantejar el problema i presentar de manera clara la teoria de Galois d'equacions. No obstant ja d'inici veurem que la teoria bàsica de cossos permet afirmar la impossibilitat de construcció de certs punts amb regla i compàs, i resoldre problemes molt clàssics que ja havien preocupat als grecs.

Una de les eines fonamentals en Teoria de Galois és la teoria de grups. El seu millor coneixement permet treballar més exemples i obtenir millors resultats, no obstant per motius de programa introduïrem tan sols els conceptes més bàsics i recordarem les propietats bàsiques durant el desenvolupament del curs.

Competències

- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic

- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.
- Distingir, davant d'un problema o situació, el que és substancial del qual és purament ocasional o circumstancial.
- Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
- Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.

Resultats d'aprenentatge

1. Calcular grups de Galois d'equacions de grau baix i deduir la seva resolubilitat per radicals.
2. Manipular expressions que involucrin elements algebraics i transcendents.
3. Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
4. Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
5. Relacionar construccions geomètriques amb extensions algebraiques

Continguts

1. Elements bàsics

Resolució d'equacions polinomials: les fórmules per radical pels polinomis de grau 3 i quatre.

Anells, morfismes d'anells. Cos de fraccions d'un domini.

Polinomis simètrics. El Teorema Fonamental dels Polinomis Simètrics.

Característica d'un cos.

2. Extensions de cossos.

Elements algebraics i elements transcendents.

El grau d'una extensió de cossos. Fórmula de les Torres.

Extensions algebraiques.

Extensions de monomorfismes. El grup $\text{Gal}(L/K)$.

Cos de descomposició d'un polinomi

3. Un exemple particular de cos: Punts construïbles amb regla i compàs.

4. Extensions normals i extensions separables

Extensions normals.

Derivada formal d'un polinomi i polinomis amb arrels múltiples.

Elements separables i extensions separables.

El cas dels cossos finits.

4. El Teorema fonamental de la teoria de Galois finita.

Extensions de Galois. Teorema d'Artin.

La correspondència de Galois: El teorema Fonamental.

5. Teoria de Galois d'equacions.

Polinomi resoluble per radicals.

Grup resolubles.

Extensions ciclotòmiques i cícliques.

Teorema de Galois de resolubilitat per radicals

Polinomis amb grup de Galois S_n

Metodologia

L'assignatura disposa de dues hores de classe de teoria (en setmanes i una de problemes durant 15 setmanes del curs on s'especificarà pel calendari. També hi ha 3 sessions de seminaris de dues hores que es realitzaran durant 3 setmanes del semestre. Es recomana fortament l'assistència tant a les classes de teoria, a les de problemes i als seminaris.

A les classes de teoria donarem les eines necessàries i més importants per a la comprensió i resolució de problemes.

A les classes de problemes s'aprofundirà en l'assimilació i millor comprensió dels conceptes desenvolupats a les classes teòriques mitjançant la resolució de problemes i exercicis. Aquest treball es durà a terme mitjançant les explicacions fetes pel professor a la pissarra i la participació activa dels estudiants en la discussió dels diferents arguments emprats per tal de solucionar els problemes.

Als seminaris, l'alumne pren part activa de diversa forma. Hi ha tres sessions de seminari i, en general, estaran molt enfocats al càlcul d'exemples.

En alguna de les sessions de seminari es proposaran problemes per entregar que després s'avaluaran i formaran part de la nota d'avaluació continuada.

Aquesta assignatura també oferirà recursos mitjançant el Campus Virtual. En aquest anirem penjant els enunciats de les llistes de problemes i altre material que pugui complementar les classes de teoria, problemes i seminaris.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classe de seminaris	6	0,24	
Classes de problemes	15	0,6	
Classes de teoria	30	1,2	
Tipus: Autònomes			

Estudi de teoria	27	1,08
Preparació de seminaris	10	0,4
Preparació d'exàmens	16	0,64
Realització de problemes	40	1,6

Avaluació

Un 25% de l'assignatura s'avaluarà de manera continuada mentre que el 75% restant es podrà recuperar amb un examen de recuperació.

Avaluació continuada:

Notes obtingudes dels exercicis entregats . Això proporciona un 10% de la nota del curs.

Una prova parcial que comptarà un 15% de la nota.

Avaluació recuperable:

Un examen final durant gener-febrer que aportarà el 75% de la nota.

Qualificació No presentat. Un alumne es considera no presentat tan sols quan compleix tots els requisits següents:

no es presenta a l'examen de gener-febrer,

no es presenta a l'examen de recuperació de febrer,

no té qualificat en l'avaluació continuada més o igual a la meitat.

Matrícules: Després de l'examen final s'atorgaran les matrícules d'honor que es considerin clares. Aquestes

matrícules d'honor seran ja definitives. Si el nombre màxim de matrícules permès no s'ha assolit, es reconsiderarà

la possibilitat d'atorgar-ne més després de l'examen de recuperació, en el que els estudiants poden millorar la seva nota de curs

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen Final	75%	0	0	1, 2, 3, 4, 5
Presentació exercicis	10%	0	0	1, 2, 3, 4, 5
Realització examen intrasemestral	15%	6	0,24	

Bibliografia

F.Bars, Teoria de Galois en 30 hores, <http://mat.uab.cat/~francesc/docencia2.html>

David A. Cox "Galois Theory". Hoboken : Wiley-Interscience, cop. 2004

<http://syndetics.com/index.aspx?isbn=0471434191/summary.html&client=autbaru&type=rn12>

D.J.H. Garling. A course in Galois Theory. Cambridge Univ. Press, 1986.

J. Milne. Fields and Galois Theory, <http://www.jmilne.org/math/>.
P. Morandi. Fields and Galois Theory. GTM 167, Springer.
S. Roman. Field Theory. GTM 158, Springer.

Ian Steward "Galois Theory" Chapman & Hall / CRC, 2004
<http://syndetics.com/index.aspx?isbn=1584883936/summary.html&client=autbaru&type=rn12>

Bibliografia complementària:

Michael Artin, "Algebra" Prentice Hall, cop. 2011
<http://syndetics.com/index.aspx?isbn=9780132413770/summary.html&client=autbaru&type=rn12>

T. Hungerford, "Algebra" New York : Springer-Verlag, cop. 1974
<http://syndetics.com/index.aspx?isbn=0387905189/summary.html&client=autbaru&type=rn12>

Jean-Pierre Tignol, "Galois' Theory of Algebraic Equations". World Scientific 2001

A. M. de Viola Priori, J.E. Viola-Priori. Teoría de cuerpos y Teoría de Galois. Reverté (2006).

Una versió novelada de la vida de Galois:

Josep Pla i Carrera. Damunt les espatlles de gegants. 1ra Edició: Editorial la Magrana. 2na Edició: Edicions FME http://www.fme.upc.edu/ca/arxiu/damunt-les-espatlles-dels-gegants_jpla

Algunes webs d'interès:

<http://www.galois-group.net>
<http://godel.ph.utexas.edu/~tonyr/galois.html>
<http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/%7Ehistory/Mathematicians/Galois.html>
Curiositats origami: Robert J. Lang: <http://www.langorigami.com>
Tom Hull: <http://www.merrimack.edu/thull/~omfiles/geoconst.html>
Koshiro Hatori: <http://origami.ousaan.com/library/conste.html>
<http://www.langorigami.com/science/mathlinks/mathlinks.php4>.