

**Geometria lineal**

Codi: 100095  
Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OB	2	1

**Professor de contacte**

Nom: Jaume Agudé Bover  
Correu electrònic: Jaume.Aguade@uab.cat

**Utilització d'idiomes a l'assignatura**

Llengua vehicular majoritària: català (cat)  
Grup íntegre en anglès: No  
Grup íntegre en català: Sí  
Grup íntegre en espanyol: No

**Equip docent**

Jaume Agudé Bover  
Joan Porti Piqué  
David Marín Pérez

**Prerequisits**

Per poder cursar amb èxit l'assignatura, l'alumne ha d'estar prèviament familiaritzat amb els conceptes i tècniques bàsiques de l'àlgebra lineal que s'estudien a l'assignatura "Àlgebra Lineal".

També és molt important haver assimilat perfectament els conceptes de l'assignatura "Fonaments de les Matemàtiques".

**Objectius**

L'objectiu principal d'aquest curs bàsic de geometria lineal és presentar les nocions més fonamentals d'aquesta disciplina mil·lenària.

En primer lloc, parlarem de què entenem per Geometria. A continuació, discutirem el punt de vista axiomàtic que neix amb Euclides i ha tingut una influència immensa a la matemàtica i, també, a la ciència i a la cultura en general.

Amb el mètode axiomàtic neix la idea de "geometries": Si entenem la geometria com "l'anàlisi lògica de la intuïció de l'espai", en funció de sobre quins principis fonamentem aquesta anàlisi lògica, tindrem geometries diverses i, potser, complementàries (o disjuntives).

A continuació, introduïrem el punt de vista projectiu que, amb la inclusió dels "punts a l'infinit" representa l'àmbit més general i més natural de la geometria, i relacionarem l'espai de la geometria projectiva amb el de la geometria afí.

A la segona part del curs, estudiarem les geometries afí i projectiva associades a un espai vectorial. Parlarem de coordenades, subvarietats, transformacions... A continuació, estudiarem la geometria mètrica de l'espai afí euclidià.

Acabarem el curs amb un breu estudi de les còniques i les quàdriques. Aquí, el punt essencial és adonar-se que tenim quatre conceptes (formes bilineals, formes quadràtiques, polinomis de segon grau i quàdriques) que, essencialment, són punts de vista diferents sobre un mateix tipus d'objectes.

## Competències

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseïxin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
- Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes

## Resultats d'aprenentatge

1. Classificar còniques i quàdriques i trobar els seus elements notables.
2. Classificar les isometries del pla i de l'espai determinant el seu tipus i elements característics.
3. Operar amb punts, vectors, distàncies i angles en espais afins i euclidians així com amb els corresponents sistemes de referència, subespais i transformacions
4. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
5. Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseïxin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
6. Saber resoldre problemes geomètrics del pla i de l'espai.

## Continguts

### Els fonaments de la geometria

1. El/els concepte/s de «geometria».
2. Els axiomes d'Euclides i els «Elements».
3. L'axiomàtica de Hilbert: Incidència i ordre.
4. L'axiomàtica de Hilbert: Congruència, continuïtat i l'axioma de les paral·leles.
5. Geometria absoluta.
6. Geometria sobre un cos.
7. Geometries «no euclidianes».
8. El punt de vista projectiu: punts «a l'infinit».
9. Axiomàtica de la geometria projectiva.
10. L'espai afí i l'espai projectiu.

### Elements de geometria projectiva

11. L'espai projectiu d'un espai vectorial.
12. Coordenades homogènies i fórmula de Grassmann.
13. Les configuracions de Fano i de Pappos.
14. El teorema de Desargues i la seva significació als fonaments de la geometria.
15. Raó doble, col·lineacions i el teorema fonamental de la geometria projectiva.

### Geometria afí

16. L'espai afí sobre un espai vectorial.
17. Subvarietats lineals.
18. Sistemes de referència i coordenades afins.
19. Afinitats: definició i propietats bàsiques.
20. Afinitats: expressió en coordenades, afinitats similars.
21. Exemples bàsics d'afinitats: translacions, reflexions, homotècies, projeccions.
22. Dos teoremes fonamentals: relació entre afinitats i col·lineacions i classificació de les afinitats.

### Geometria afí mètrica

23. Espai afí euclidià: distància, angles, teorema de Pitàgores.
24. Moviments rígids.
25. Teorema de classificació dels moviments rígids.

### Quàdriques

26. Quàdriques projectives i quàdriques afins.
27. Quatre conceptes equivalents: formes bilineals, formes quadràtiques, polinomis de segon grau, quàdriques.
28. Classificació projectiva de les quàdriques reals.
29. Classificació afí de les quàdriques.

## Metodologia

L'assignatura disposa de 30 hores de classe de teoria i 15 hores de problemes. A més hi hauran 4 sessions de seminari / pràctiques de 2 hores. És recomanable l'assistència a totes aquestes activitats.

Periòdicament l'estudiant rebrà llistes de problemes que ha d'intentar resoldre individualment. Alguns d'aquests problemes es poden resoldre fàcilment aplicant els coneixements adquirits a les classes de teoria, però n'hi ha d'altres que exigeixen un nivell de creativitat matemàtica força elevat i poden representar un bon repte per a l'estudiant.

Tanmateix, la simple assistència a classe de teoria i/o problemes és totalment insuficient per a assolir les competències de l'assignatura. Cal un temps considerable de treball individual, com es reflecteix al quadre anterior.

Al llarg del semestre es realitzaran tres sessions de seminari que seran sessions de pràctiques d'aula. A les pràctiques d'aula, els estudiants treballaran en petits grups la resolució d'uns exercicis amb l'ajut del professor. Aquests exercicis seran avaluats.

## Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
<b>Tipus: Dirigides</b>			
Problemes	15	0,6	
Seminaris / Pràctiques	8	0,32	
Teoria	30	1,2	
<b>Tipus: Autònomes</b>			
Estudiar teoria	30	1,2	
Fer problemes	41	1,64	
Preparació als exàmens	10	0,4	

## Avaluació

La nota total s'obté dels quatre seminaris i de les dues proves parcials, segons els pesos indicats.

Per als alumnes que no aprovin segons la nota total, hi haurà una prova de recuperació.

## Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Prova de recuperació	100%	4	0,16	1, 2, 3, 6
Prova parcial 1	30%	4	0,16	6
Prova parcial 2	30%	4	0,16	1, 2, 3, 6
Seminaris	40%	4	0,16	4, 5

## Bibliografia

Euclides, "Elements de Geometria"

Hilbert, "Grundlagen der Geometrie"

R. Hartshorne, "Geometry: Euclid and beyond"

A. Reventós, "Geometria Projectiva"

A. Reventós, "Afinitats, moviments i quàdriques"

J. Kock, "Lliçons de geometria afí." [<http://mat.uab.cat/~kock/docencia/GL/>]

J. Agudé, "Esbós d'un curs de geometria" (manuscrit no publicat)