

**Topologia de varietats**

Codi: 100114  
Crèdits: 6

| Titulació            | Tipus | Curs | Semestre |
|----------------------|-------|------|----------|
| 2500149 Matemàtiques | OT    | 4    | 0        |

**Professor de contacte**

Nom: Albert Ruíz Cirera

Correu electrònic: Albert.Ruiz@uab.cat

**Utilització d'idiomes a l'assignatura**

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

**Equip docent**

Natalia Castellana Vila

**Prerequisits**

El prerequisits són les assignatures de primer i segon curs del Grau de Matemàtiques i la Topologia de tercer curs. És recomanable estar cursant (o haver cursat) l'assignatura de Geometria Diferencial.

**Objectius**

Ever since the concept of homeomorphism was clearly defined, the "ultimate" problem in topology has been to classify topological spaces "up to homeomorphism". That this was a hopeless undertaking was very soon apparent, the subspaces of the plane  $\mathbb{R}^2$  being an obvious example. From this impossibility were born algebraic and differential topology, by a shift of emphasis which consisted in associating "invariant" objects to some types of spaces (objects are the same for two homeomorphic spaces). At first these objects were integers, but it was soon realized that much more information could be extracted from invariant algebraic structures such as groups and rings.

(Jean Dieudonné, A history of algebraic and differential topology 1900--1960)

Aquesta és una bona descripció de la filosofia d'aquesta disciplina. En aquest curs introduïm els invariants algebraics més bàsics que podem associar a un espai topològic (en particular a una varietat) i que ens proporcionen una primera aproximació a les propietats globals d'aquests objectes. Amb especial èmfasi al grup fonamental, als grups de homologia i les àlgebres de cohomologia.

Amb això obrim les portes a una teoria que s'ha desenvolupat durant el segle XX i que continua donant resultats apassionants com ara la solució de la conjectura de Poincaré (Perelman, 2003, [http://ca.wikipedia.org/wiki/Conjectura\\_de\\_Poincaré](http://ca.wikipedia.org/wiki/Conjectura_de_Poincaré)), la solució de la (una de les) conjectura de Mordell per Madsen i Weiss (2007 [http://en.wikipedia.org/wiki/Mapping\\_class\\_group](http://en.wikipedia.org/wiki/Mapping_class_group)) o la solució del problema de l'invariant de Kervaire 1 en dimensions diferents de 126 (Hill-Hopkins-Ravenel, 2009, [http://en.wikipedia.org/wiki/Kervaire\\_invariant](http://en.wikipedia.org/wiki/Kervaire_invariant)).

**Competències**

- Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
- Generar propostes innovadores i competitives en la recerca i en l'activitat professional.
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat

## Resultats d'aprenentatge

1. Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
2. Generar propostes innovadores i competitives en la recerca i en l'activitat professional.
3. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
4. Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat

## Continguts

El curs tractarà els temes de la llista següent.

- Definició i exemples d'homotopia d'aplicacions i d'espais.
- Varietats topològiques i diferenciables.
- Complexos de cadenes.
- Homologia simplicial i singular.
- Cohomologies: singular i de de Rham.
- Grup fonamental i espais recobridors.

A més, aquests apartats permetran obtenir el resultats següents:

- Classificació de superfícies compactes connexes.
- Teorema del punt fix de Brouwer.
- Teorema de separació de Jordan-Brouwer.
- Invariància topològica de la dimensió d'una varietat.

## Metodologia

Classes de teoria on s'exposen el conceptes, arguments i resultats bàsics de l'assignatura.

Això es complementa amb classes de problemes, sessions pràctiques i exposicions orals dels alumnes on s'aprofundeix en el temari de l'assignatura i s'assoleixen els coneixements i les capacitats per utilitzar aquests materials en lectures o estudis de temes propers o més avançats.

## Activitats formatives

| Títol                   | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge |
|-------------------------|-------|------|--------------------------|
| <b>Tipus: Dirigides</b> |       |      |                          |
| classes de problemes    | 15    | 0,6  |                          |

|                                                          |    |      |
|----------------------------------------------------------|----|------|
| Classes de teoria                                        | 30 | 1,2  |
| <b>Tipus: Supervisades</b>                               |    |      |
| Preparació d'un treball                                  | 30 | 1,2  |
| <b>Tipus: Autònomes</b>                                  |    |      |
| Asimilació dels conceptes, arguments i resultats teòrics | 35 | 1,4  |
| Resolució de problemes                                   | 31 | 1,24 |

## Avaluació

La nota final es calcularà sumant:

1/3 de la nota per problemes entregats,

1/3 per un treball entregat i exposat i

1/3 per un examen final.

Per a poder fer mitjana, es demanarà que es tregui un 4 com a mínim de l'examen. Hi haurà una repesca, que consisteix a repetir l'examen, no el treball o els problemes. Les matrícules d'honor es decidiran al final de tot.

## Activitats d'avaluació

| Títol                       | Pes | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge |
|-----------------------------|-----|-------|------|--------------------------|
| Examen                      | 1/3 | 4     | 0,16 | 1, 3                     |
| Exposició d'un treball      | 1/3 | 1     | 0,04 | 2, 3, 4                  |
| Problemes resolts entregats | 1/3 | 4     | 0,16 | 1, 2, 3                  |

## Bibliografia

R. Bott and L.W. Tu, Differential forms in algebraic topology. Graduate Texts in Mathematics, 82. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1982. xiv+331 pp.

A. Hatcher, Algebraic topology. Cambridge University Press, Cambridge, 2002. xii+544 pp. (<http://www.math.cornell.edu/~hatcher/AT/ATpage.html>).

I. Madsen and J. Tornehave, From calculus to cohomology. de Rham cohomology and characteristic classes. Cambridge University Press, Cambridge, 1997. viii+286 pp.

W.S. Massey, Algebraic Topology: An introduction. Graduate Texts in Mathematics, 56. Springer-Verlag, New York, 1977. xxi+261 pp.

V. Navarro and P. Pascual: Topologia Algebraica. Edicions UB, 34, Barcelona, 1999. 326pp.

I.M. Singer and J.A. Thorpe, Lecture notes on elementary topology and geometry. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1976. viii+232 pp.

J. W. Vick, Homology theory. An introduction to algebraic topology. Second edition. Graduate Texts in Mathematics, 145. Springer-Verlag, New York, 1994. xiv+242 pp.

F.W. Warner, Foundations of differentiable manifolds and Lie groups. Graduate Texts in Mathematics, 94. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1983. ix+272 pp.