

**Equacions en derivades parcials**

Codi: 100119  
Crèdits: 6

| Titulació            | Tipus | Curs | Semestre |
|----------------------|-------|------|----------|
| 2500149 Matemàtiques | OT    | 4    | 0        |

**Professor de contacte**

Nom: Angel Calsina Ballesta  
Correu electrònic: Angel.Calsina@uab.cat

**Utilització d'idiomes a l'assignatura**

Llengua vehicular majoritària: català (cat)  
Grup íntegre en anglès: No  
Grup íntegre en català: Sí  
Grup íntegre en espanyol: No

**Equip docent**

Carles Barril Basil

**Prerequisits**

És convenient que l'alumne hagi seguit un curs previ d'equacions diferencials ordinàries així com un de càlcul vectorial. També és interessant una certa cultura de Física general.

**Objectius**

L'assignatura d'Equacions en derivades parcials es dedicarà a estudiar i ampliar els coneixements d'una de les eines matemàtiques més importants en les aplicacions de les matemàtiques en la ciència i la tecnologia. Basant-nos en les destreses adquirides a l'assignatura d'Equacions Diferencials i Modelització II, farem una introducció general d'algunes de les equacions en derivades parcials més importants en el desenvolupament històric de les matemàtiques i la física i farem un repàs d'algunes eines de càlcul vectorial importants per a la matèria.

Després, el primer gran objectiu de l'assignatura serà el de fer comprendre els aspectes més bàsics de equacions de primer ordre no lineals com les lleis de conservació. Amb aquesta meta recordarem els aspectes més bàsics del mètode de les característiques per les equacions quasi-lineals. Algunes de les aplicacions de aquests models com l'equació del trànsit, s'utilitzaran per visualitzar les dificultats de la modelització i l'aparició de manera natural de solucions en sentit generalitzat com ara xocs i ones d'enrarament.

L'altre objectiu principal serà comprendre les qüestions a analitzar en cadascuna de les equacions lineals "típiques" de segon ordre de la física matemàtica: potencial, calor i ones. L'èmfasi en aquesta part el posarem en aquells aspectes que poden ser generalitzats a equacions no lineals i de les tècniques més bàsiques del seu estudi.

**Competències**

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic

- Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
- Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
- Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.

## Resultats d'aprenentatge

1. Conèixer la resolució de certs problemes teòrics així com conèixer l'existència de certs problemes oberts en la teoria d'equacions en derivades parcials i de sistemes dinàmics
2. Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
3. Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
4. Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
5. Saber demostrar resultats d'equacions en derivades parcials i sistemes dinàmics.

## Continguts

### 1. Introducció a les equacions en derivades parcials

- 1.1. Les equacions en derivades parcials a la Ciència, a la Tecnologia i a les Finances.
- 1.2. Conceptes bàsics: ordre, linealitat.
- 1.3. Elements d'Anàlisi vectorial: operadors diferencials. Els teoremes de Green, de la divergència de Gauss i de Stokes.
- 1.4. Equacions de la Física-Matemàtica: l'equació de la calor, l'equació de les ones, l'equació del potencial. Condicions inicials i condicions de contorn. Problemes estacionaris.

### 2. Equacions en derivades parcials de primer ordre

- 2.1. Equacions en derivades parcials de primer ordre lineals i quasilineals amb dues variables. El mètode de les característiques. El problema de valor inicial.
- 2.2. Introducció a les lleis de conservació. L'equació del trànsit. Alguns problemes de valor inicial. Ones d'enrarament i xocs. Condició d'entropia.
- 2.3. Equacions no lineals de primer ordre.

### 3. Equacions en derivades parcials semilineals de segon ordre

- 3.1. Formes canòniques de les equacions semilineals de segon ordre amb dues variables. Classificació.

### 4. L'equació de les ones

- 4.1. Ones unidimensionals. Fórmula de d'Alembert. Zones d'influència i de dependència. Reflexions.
- 4.2. L'equació de les ones en dimensió 2 i 3.

### 5. L'equació de la calor

- 5.1. L'equació de la calor a l'espai. La fórmula de Poisson. Regularitat
- 5.2. El principi del màxim. Unicitat de solució.

### 6. L'equació del potencial

- 6.1. Les funcions harmòniques. Propietats.
- 6.2. Els problemes de Dirichlet i de Neumann. Unicitat de solució
- 6.3. Funcions de Green.
  
- 6.4 El principi de Dirichlet i els mètodes variacionals

## Metodologia

En aquesta assignatura s'imparteixen 2 hores setmanals de classe de teoria i una de problemes.

A les classes de teoria s'introduiran els diversos mètodes de resolució i s'estudiaran les propietats bàsiques d'aquests mètodes. També es veuran derivacions físiques de les principals equacions estudiades. A més es farà èmfasi en les propietats característiques dels tres tipus d'equacions de segon ordre amb dues variables. La classe de teoria serà essencialment expositiva per part del professor sense descartar la intervenció dels alumnes i es recolzarà mitjançant l'ús de gràfics a la pissarra i en transparències. El material del curs es penjarà en forma d'apunts a la pàgina web de l'assignatura del campus virtual.

Les classes de problemes es dedicaran a la resolució de problemes de caràcter pràctic que els alumnes desenvoluparan a la pissarra. Per a això es treballarà sobre llistes de problemes que s'aniran proporcionant prèviament a l'alumne al llarg del quadrimestre i que també es penjaran a la pàgina web.

També es realitzaran tres seminaris de dues hores cadascun, on s'aprofundiran temes específics i es resoldrà un problema de manera guiada.

## Activitats formatives

| Títol                            | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge |
|----------------------------------|-------|------|--------------------------|
| <b>Tipus: Dirigides</b>          |       |      |                          |
| Classes de teoria                | 30    | 1,2  |                          |
| <b>Tipus: Supervisades</b>       |       |      |                          |
| Classes de problemes i seminaris | 21    | 0,84 |                          |
| <b>Tipus: Autònomes</b>          |       |      |                          |
| Estudi                           | 50    | 2    |                          |
| Resolució de problemes           | 40    | 1,6  |                          |

## Avaluació

L'assignatura s'avaluarà principalment mitjançant un examen final o, prèviament, amb la realització exitosa dels dos exàmens parcials, en cada un dels quals s'haurà d'obtenir una nota mínima.

Malgrat això, un percentatge d'entre un 15 i un 20% de la qualificació s'obtindrà mitjançant l'avaluació dels seminaris no recuperables.

Les possibles matrícules d'honor s'assignaran en funció de la nota global que combina la de l'examen amb les notes d'avaluació continuada. En principi s'assignaran després del primer examen final, és a dir, sense esperar l'examen de recuperació. Si això no esgota el nombre de matrícules d'honor disponibles, aleshores les restants podran assignar ser assignades després de l'examen de recuperació.

## Activitats d'avaluació

| Títol                 | Pes          | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge |
|-----------------------|--------------|-------|------|--------------------------|
| Examen de recuperació | 100 per cent | 3     | 0,12 | 1, 2, 3, 4, 5            |
| Primer examen parcial | 50 per cent  | 3     | 0,12 | 1, 2, 3, 4, 5            |
| Segon examen parcial  | 50 per cent  | 3     | 0,12 | 1, 2, 3, 4, 5            |

## Bibliografia

- L. C. Evans, Partial Differential Equations, Graduate Studies in Mathematics 19, AMS, 1998.  
F. John, Partial Differential Equations, Springer-Verlag, 1980.  
I. Peral, Primer Curso de EDPs, Addison-Wesley-UAM, 1995.
- Y. Pinchover, J. Rubinstein An Introduction to Partial Differential Equations, Cambridge, 2005.
- M. Renardy, R. C. Rogers, An Introduction to partial differential equations, Springer, 2004.
- S. Salsa, Partial Differential Equations in action: from modelling to theory, Springer, 2008.  
W. A. Strauss, Partial Differential Equations: An Introduction, John Wiley&Sons, 1992.  
A.N. Tjonov, A. A. Samarsky, Ecuaciones de la física matemática, Mir, 1983.
- E.H. Zauderer, Partial differential equations of applied mathematics, Wiley- Interscience, 2006.