

**Integració numèrica d'equacions en derivades  
parcials**

Codi: 100121  
Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OT	4	0

### Professor de contacte

Nom: Jose Maria Mondelo Gonzalez  
Correu electrònic: JoseMaria.Mondelo@uab.cat

### Utilització d'idiomes a l'assignatura

Llengua vehicular majoritària: català (cat)  
Grup íntegre en anglès: No  
Grup íntegre en català: Sí  
Grup íntegre en espanyol: No

### Prerequisits

Aquesta assignatura no té prerequisits teòrics, tot i que haver cursat les assignatures d'equacions en derivades parcials i/o càlcul numèric ajudarà a donar context. Per a la part pràctica cal una mínima familiaritat amb l'ús del llenguatge de programació C per a la computació científica.

### Objectius

Les equacions en derivades parcials (EDP's) són presents a la major part de models matemàtics dels processos físics. Com succeeix amb les equacions diferencials ordinàries, es disposa de fórmules tancades per a la seva solució en molt pocs casos. És per això que, en la pràctica totalitat de les aplicacions, es requereixen mètodes numèrics per a l'aproximació de les solucions.

Aquesta assignatura és una introducció als mètodes numèrics per a la resolució d'EDP's. Se centrarà en el desenvolupament i anàlisi dels mètodes de diferències finites i elements finits per a les equacions "clàssiques" (transport, ones, calor i del potencial), tot i que es faran alguns comentaris sobre altres mètodes (com característiques i espectrals) i altres equacions.

### Competències

- Calcular, reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat
- Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
- Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
- Formular hipòtesis i imaginar estratègies per confirmar-les o refutar-les.
- Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
- Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.

## Resultats d'aprenentatge

1. Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
2. Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
3. Idear demostracions de resultats matemàtics de càlcul numèric i d'integració numèrica de d'EDP's
4. Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
5. Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
6. Saber integrar numèricament equacions diferencials ordinàries i equacions en derivades parcials

## Continguts

### 1.- Diferències finites

1.1 Problemes d'evolució hiperbòlics. L'equació del transport. Els conceptes de consistència, estabilitat i convergència. L'error de truncament local i el concepte d'ordre d'un mètode. La condició de Courant-Friedrichs-Lewy.

1.2 Problemes d'evolució parabòlics. Mètodes explícits i mètodes implícits. Estabilitat.

1.3 Problemes estacionaris. L'equació de Poisson.

### 2.- Elements finits

2.1 Formulació variacional o feble dels problemes el·líptics. Condicions de contorn. El mètode de Galerkin.

2.2 Mètode d'elements finits. Fases: mallat, acoblament, solució del sistema lineal, post-procès. Exemple amb l'equació de Poisson en 2 dimensions.

2.3 Triangulacions. Interpolació en diverses variables i diferents tipus d'elements finits. Diferents tipus de condicions de frontera. Acoblament i formulació global.

## Metodologia

Les classes de teoria i de problemes es duren a terme a una aula de la facultat. En elles es combinarà la presentació d'aspectes teòrics dels mètodes numèrics i les seves propietats bàsiques amb la resolució de problemes de caràcter teòric. Es treballarà sobre llistes de problemes que es proporcionaran al llarg del curs.

Les classes pràctiques es duren a terme a una aula d'informàtica de la facultat. Durant aquestes sessions, els estudiants resoldran algun problema de tipus aplicat mitjançant la implementació en C d'alguns dels mètodes estudiats a l'assignatura. Aquestes sessions pràctiques s'avaluaran a partir del lliurament al final de curs (la data serà anunciada) del codi i un informe de pràctiques.

## Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
<b>Tipus: Dirigides</b>			
Classes de pràctiques	12	0,48	1, 2, 3, 4, 5, 6
Classes de problemes	8	0,32	1, 2, 3, 4, 5, 6

Classes de teoria	30	1,2	1, 2, 3, 4, 6
<b>Tipus: Autònomes</b>			
Estudi	50	2	1, 2, 3, 4, 6
Resolució de problemes i pràctiques	44	1,76	1, 2, 3, 4, 5, 6

## Avaluació

Hi haurà dues notes per a avaluar el curs:

- Examen Final (EF). Examen de tota l'assignatura amb preguntes teòriques i problemes similars als treballats durant el curs. És requisit per superar l'assignatura que la qualificació de l'examen final sigui igual o superior a 4.
- Nota de Pràctiques (Prac). S'avaluarà a partir del codi i l'informe de pràctiques. És requisit per superar l'assignatura que la qualificació de les pràctiques sigui igual o superior a 5.

La qualificació final s'obindrà mitjançant la fórmula

$$QF=(50EF+50Prac)/100;$$

Adicionalment, es podran (i es recomanarà) lliurar alguns problemes de la llista de problemes que consistiran a experimentar amb ordinador sobre les propietats d'alguns dels mètodes numèrics que es veuran durant el curs. Aquestes problemes estaran dissenyats per a ser resolts amb Octave/Matlab, i seran una bona oportunitat perquè els estudiants s'introdueixin en aquest llenguatge. L'avaluació d'aquests problemes podrà afegir un punt (sobre 10) a la qualificació EF.

Hi haurà un examen de recuperació amb el mateix format que l'examen EF. Les pràctiques no són recuperables.

Les matrícules d'honor s'atorgaran a la primera avaluació en que es pugui superar l'assignatura.

## Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen	0.5	3	0,12	1, 2, 3, 5, 6
Examen de recuperació	0.5	3	0,12	1, 2, 3, 5, 6
Lliurament de pràctiques	0.5	0	0	1, 2, 4, 5, 6

## Bibliografia

### Bibliografia

- J. C. Strikwerda: Finite difference schemes and partial differential equations, SIAM, 2004
- K.W. Morton, D.F. Mayers: Numerical Solution of Partial Differential Equations, Cambridge University Press, 1994.
- M. G. Larson, F. Benzgon: The finite element method: Theory, implementation and applications. Springer, 2013.

- K. Eriksson, D. Estep, P. Hansbo, C. Johnson: Computational Differential Equations, Cambridge University Press, 1996.
- Josep Masdemont: Curs d'elements finits i aplicacions. Edicions UPC, 2002.
- D. R. Lynch: Numerical Partial Differential Equations for Environmental Scientists and Engineers, Springer, 2005

#### Bibliografia adicional

- P. G. Ciarlet: The Finite element methods for elliptic problems. North Holland, 1979.
- E. Isaacson, H.B. Keller: Analysis of numerical methods, John Wiley & Sons, 1966. Republicat per Dover, 1994.
- C. Johnson: Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element method, Cambridge University Press, 1994.
- L. Lapidus, G.F Pinder: Numerical solution of partial differential equations in science and engineering, John Wiley & Sons, 1982.
- Leveque,R.J.: Finite difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations, SIAM, 2007.
- P.A. Raviart, J.M. Thomas: Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles, Masson, 1983.
- G. Strang, G.J. Fix: An analysis of the finite element method, Prentice-Hall, 1973.