

Càlcul en diverses variables i optimització

Codi: 100093

Crèdits: 9

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OB	2	1

Professor/a de contacte

Nom: Joaquim Bruna Floris

Correu electrònic: Joaquim.Bruna@uab.cat

Utilització d'idiomes a l'assignatura

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

Equip docent

Odi Soler Gibert

Juan Carlos Cantero Guardado

Georgios Sakellaris

Prerequisits

Per tal que l'estudiant pugui cursar l'assignatura amb aprofitament és molt important que hagi superat l'assignatura de Càlcul Infinitesimal de primer curs. Si aquest no és el cas, és imprescindible que, com a mínim, entengui profundament les nocions de convergència de successions així com els de continuïtat, derivabilitat i integrabilitat de funcions. També és molt important que l'estudiant tingui destresa en la manipulació de límits, regles de diferenciació i integració, el teorema fonamental del càlcul, desenvolupaments de Taylor de funcions elementals, etc.

Objectius

Els objectius de l'assignatura són conèixer les tècniques bàsiques del càlcul diferencial i integral en diverses variables i els conceptes més importants de l'anàlisi vectorial.

A la primera part del curs l'estudiant ha de familiaritzar-se primer amb l'espai euclidià i la seva estructura mètrica i topològica. Seguidament, el concepte clau és el de diferencial com a aproximació lineal de l'increment i les aproximacions millors, en termes de diferencials d'ordre superior i com el comportament d'aquestes aproximacions es tradueixen en propietats locals de la funció. De la mateixa manera que en el cas d'una variable, les tècniques del curs s'aplicaran a la resolució de diferents problemes matemàtics o de la vida real com ara problemes geomètrics, d'optimització, etc.. L'estudiant també ha de familiaritzar-se amb els conceptes geomètrics de corbes i superfícies regulars, plans tangents, coordenades locals, etc.

La segona part del curs, més instrumental, està dedicada al càlcul d'integrals múltiples i al càlcul vectorial, i a tècniques com el canvi d'ordre d'integració, el teorema del canvi de variables i les fórmules de Green i Stokes.

Competències

- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.

Resultats d'aprenentatge

1. Conèixer els resultats bàsics del Càlcul Diferencial en diverses variables reals.
2. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
3. Saber aplicar els teoremes de la Funció Inversa i de la funció implícita a problemes concrets.

Continguts

1. Càlcul diferencial de diverses variables:

- Nocions geomètriques i topològiques bàsiques a l'espai euclidià. Límits i continuïtat. Parametritzacions. Gràfiques i conjunts de nivell
- Diferenciabilitat. Propietats bàsiques. Derivades parcials i derivades direccionals.. Extrems relatius
- Derivades d'ordre superior. Fórmula de Taylor. Anàlisi dels punts crítics.
- Teorema de la funció inversa. Canvis de coordenades.
- Teorema de la funció implícita. Interpretació geomètrica, subvarietats regulars, corbes i superfícies.
- Dependència i independència funcional.
- Extrems condicionants. Multiplicadors de Lagrange

2. Integració

- Integral de Riemann de funcions acotades en rectangles. Propietats bàsiques
- Teorema de Fubini.
- Integració sobre conjunts arbitraris.
- Teorema del canvi de variable. Significat del jacobí.
- Element de longitud i àrea, càlcul en coordenades. Integració sobre corbes i superfícies.

3. Anàlisi vectorial

- Superfícies orientables.
- Circulació i flux d'un camp vectorial.
- Divergència i rotacional d'un camp vectorial. Camps conservatius i solenoidals.
- Teoremes de Green, de la divergència i de Stokes.

Metodologia

L'assignatura disposa, al llarg del curs acadèmic de tres hores de classe de teoria, una hora de problemes i dues hores de seminari (en setmanes alternes) a la setmana. Es recomana fortament l'assistència a aquestes sessions.

S'obrirà una aplicació d'aquesta assignatura al Campus Virtual de la universitat per tal de subministrar tot el material i tota la informació relativa a aquesta assignatura que li calgui a l'estudiant.

Periòdicament, l'estudiant rebrà unes llistes de problemes que ha de pensar i sobre els quals es treballarà a les classes de problemes.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classe de problemes	13	0,52	
Classe de teoria	39	1,56	
Seminari	13	0,52	
Tipus: Autònomes			
Estudi de teoria	53	2,12	
Resolució de problemes	95	3,8	

Avaluació

Es realitzarà una avaluació continuada consistent en un examen parcial (P) i dos lliuraments de problemes (LL1,LL2), obligatoris, avaluats per entrevista individual. Al final del curs hi haurà un examen final i un examen de recuperació.

La qualificació s'obté en dues etapes. Designem per P,LL,F, R , respectivament, les qualificacions de l'examen parcial, la mitjana dels lliuraments LL1,LL2, l'examen final i el de recuperació, totes sobre 10.

Primera convocatòria. Amb P, F computem la nota d'exàmens $NE = \max(F; (0,6)F + (0,4)P)$. La qualificació a la primera convocatòria és $C1 = (0,80)NE + (0,20)LL$

Segona convocatòria. Els alumnes que no han superat la primera convocatòria i hagin fet els dos lliuraments, i els que volen millorar nota, es podran presentar a l'examen de recuperació. La qualificació C2 a la segona convocatòria és $C2 = (0,80)R + (0,20)LL$

Per als que es presenten a millorar nota, la qualificació final és $(C1 + C2)/2$.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen final	48%	4	0,16	1, 2, 3
Examen parcial	32%	4	0,16	1, 2

Bibliografia

- Cálculo Vectorial, J.E. Marsden y A.J. Tromba, Addison Wesley Longman. Recomanable que resolgueu alguns dels molts problemes que hi ha al final de cada secció. Per tant cal tenir-lo a ma durant el curs. És un llibre que us serà útil sempre.
- Functions of several variables, Wendell Fleming, Undergraduate texts in Math, Springer. És un clàssic d'un nivell com el del nostre curs. Us pot anar bé per complementar i per veure una presentació del tema amb demostracions completes i un enfocament molt més teòric que el Marsden i Tromba.
- Second year calculus, David Bressoud, Undergraduate texts in Math, Springer, 1991. És un llibre original que desenvolupa el càlcul vectorial a partir de la física. El subtítol és : "From celestial mechanics to special relativity".
- Notes de l'assignatura. Apunts editats per J.Bruna, en pdf.