

## **Topología de variedades**

Código: 100114  
Créditos ECTS: 6

Titulación	Tipo	Curso	Semestre
2500149 Matemáticas	OT	4	0

### **Contacto**

Nombre: Wolfgang Pitsch  
Correo electrónico: Wolfgang.Pitsch@uab.cat

### **Uso de idiomas**

Lengua vehicular mayoritaria: español (spa)  
Algún grupo íntegramente en inglés: No  
Algún grupo íntegramente en catalán: No  
Algún grupo íntegramente en español: Sí

### **Equipo docente**

Juan Luis Durán Batalla

### **Prerequisitos**

Se recomienda haber cursado la asignatura de Geometría diferencial del 3er año.

### **Objetivos y contextualización**

*Ever since the concept of homeomorphism was clearly defined, the "ultimate" problem in topology has been to classify topological spaces "up to homeomorphism". That this was a hopeless undertaking was very soon apparent, the subspaces of the plane  $R^2$  being an obvious example. From this impossibility were born algebraic and differential topology, by a shift of emphasis which consisted in associating "invariant" objects to some types of spaces (objects are the same for two homeomorphic spaces). At first these objects were integers, but it was soon realized that much more information could be extracted from invariant algebraic structures such as groups and rings.*

(Jean Dieudonné, A history of algebraic and differential topology 1900--1960)

El objetivo de este curso es intrudcir algunos de las herramientas algebráicas más relevantes para el estudio y la clasificación de las variedades: la cohomología de de Rahm y el grupo fundamental. la cohomología de de Rahm, generalización natural del cálculo diferencial en  $R^n$ , asocia a cada variedad una sucesión de espacios vectoriales de dimensión finita en la que se encuentran codificadas varias propiedades de la variedad: su dimensión, su orientabilidad, propiedades de orientabilidad superiores (estructuras spin, etc.). Además de introducir estos espacios presentaremos algunas de las herramientas utilizadas para extraer la información relevante de estos espacios.

Esto sera pues un primer vistazo a una teoría que va desarrollándose desde finales del siglo XIX y que continúa activa. Entre sus grandes logros se encuentran: la clasificación de las superficies, la demostración de la conjetura de Poincaré en dimensiones mayores que 5, el problema del "invariante de Kervaire 1" y mas recientemente el desarrollo de técnicas topológicas para el análisis de datos.

## Competencias

- Desarrollar un pensamiento y un razonamiento crítico y saber comunicarlo de manera efectiva, tanto en las lenguas propias como en una tercera lengua.
- Generar propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.

## Resultados de aprendizaje

1. Desarrollar un pensamiento y un razonamiento crítico y saber comunicarlo de manera efectiva, tanto en las lenguas propias como en una tercera lengua.
2. Generar propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional.
3. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
4. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.

## Contenido

El curso abarcará los siguientes temas:

- Definición de Variedad Lisa.
- noción de atlas
- fibrados tangentes y cotangentes
- campos vectoriales
- Complejo de De Rahm
- Formas diferenciales
- Complejo de de Rahm
- Noción de cohomología
- Característica de Euler
- Dualidad de Poincaré
- Grupo fundamental y Revestimientos
- Definiciones
- Espacio recubridor
- Revestimiento universal
- Clasificación de revestimientos

Como aplicaciones se demostrarán algunos de los teoremas siguientes:

- Clasificación de superficies compactas connexas
- Teorema del punto fijo de Brouwer.
- Teorema de separación de Jordan-Brouwer.
- Invariancia topológica de la dimensión de una variedad.

## Metodología

En las clases de Teoría se expondrán los conceptos básicos así como las demostraciones formales de los resultados. Estas clases vienen complementadas por las clases de problemas, sesiones prácticas y

expociones orales de los alumnos que son oportunidades para profundizar en los temas abarcados durante la teoría.

## Actividades

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
<b>Tipo: Dirigidas</b>			
Clases de problemas	14	0,56	1, 2, 3, 4
Clases de teoría	30	1,2	1, 2, 3
<b>Tipo: Supervisadas</b>			
Seminarios	6	0,24	1, 2, 3
<b>Tipo: Autónomas</b>			
Asimilación de conceptos, argumentos y resultados teóricos	45	1,8	2, 3, 4
Preparación y exposición de trabajos	15	0,6	1, 3, 4
Resolución de problemas	30	1,2	3, 4

## Evaluación

La nota final de la asignatura será

0.4 Exámen final + 0.3 Parical + 0.3 Problemas a entregar

Los alumnos que tengam menos de 3.5 en el examen final tendran que ir a repesca.

La nota del examen de repesca reemplazará la nota del exámen Y la nota de los problemas, pero no la nota de la Exposición.

Un alumno se vera otorgado la calificación de "no presentado" si el peso total de las actividades a las que se ha presentado para evaluación no supera el 50% del total de las evaluaciones de la asignatura.

## Actividades de evaluación

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Exámen	40%	3	0,12	1, 3
Exámen de recuperación	70%	3	0,12	1, 2, 3, 4
Parcial	30%	3	0,12	1, 3
Problemas a entregar	30%	1	0,04	1, 2, 3, 4

## Bibliografía

R. Bott and L.W. Tu, Differential forms in algebraic topology. Graduate Texts in Mathematics, 82. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1982. xiv+331 pp.

A. Hatcher, Algebraic topology. Cambridge University Press, Cambridge, 2002. xii+544 pp. (<http://www.math.cornell.edu/~hatcher/AT/ATpage.html>).

I. Madsen and J. Tornehave, From calculus to cohomology. de Rham cohomology and characteristic classes. Cambridge University Press, Cambridge, 1997. viii+286 pp.

W.S. Massey, Algebraic Topology: An introduction. Graduate Texts in Mathematics, 56. Springer-Verlag, New York, 1977. xxi+261 pp.

V. Navarro and P. Pascual: Topología Algebraica. Edicions UB, 34, Barcelona, 1999. 326pp.

I.M. Singer and J.A. Thorpe, Lecture notes on elementary topology and geometry. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1976. viii+232 pp.

J. W. Vick, Homology theory. An introduction to algebraic topology. Second edition. Graduate Texts in Mathematics, 145. Springer-Verlag, New York, 1994. xiv+242 pp.

F.W. Warner, Foundations of differentiable manifolds and Lie groups. Graduate Texts in Mathematics, 94. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1983. ix+272 pp.