

Sistemas dinámicos

Código: 100118

Créditos ECTS: 6

Titulación	Tipo	Curso	Semestre
2500149 Matemáticas	OT	4	0

Contacto

Nombre: Joan Torregrosa Arús

Correo electrónico: Joan.Torregrosa@uab.cat

Uso de idiomas

Lengua vehicular mayoritaria: catalán (cat)

Algún grupo íntegramente en inglés: No

Algún grupo íntegramente en catalán: Sí

Algún grupo íntegramente en español: No

Prerequisitos

Ecuaciones diferenciales ordinarias: existencia y unicidad de las soluciones del problema de Cauchy.

Resolución de sistemas diferenciales lineales con coeficientes constantes.

Álgebra lineal: espacios y subespacios vectoriales, diagonalización de matrices.

Objetivos y contextualización

Este curso es una iniciación a la teoría moderna de sistemas dinámicos. Un primer objetivo es que el alumno se familiarice con la noción de sistema dinámico y los conceptos básicos de esta teoría: estabilidad, atractor, conjunto invariante, alpha y omega límite, etc. El segundo objetivo es entender cómo es el comportamiento local, tanto de los sistemas dinámicos discretos como los continuos, en el entorno de un punto de equilibrio o de una órbita periódica. Este comportamiento local se basa en la clasificación topológica de los sistemas lineales en R^n , tanto los que vienen determinados por el flujo de ecuaciones diferenciales ordinarias (sistemas dinámicos continuos) como los que provienen de la iteración de funciones (sistemas dinámicos discretos). Los sistemas lineales son muy importantes porque son la primera aproximación de sistemas más complicados.

La Teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales se inició con los trabajos de Poincaré hacia 1880 en relación con sus trabajos de Mecánica Celeste y trata de conocer propiedades de las soluciones sin necesidad de resolver las ecuaciones. Este enfoque cualitativo, cuando se combina con métodos numéricos adecuados, es, en algunos casos, equivalente a tener las soluciones de la ecuación. Trataremos de que el alumno conozca algunos resultados básicos de la teoría cualitativa (Teoremas de Liapunov, Teorema de Hartman y Teoremas de las variedades estable y central) sobre la estructura local de los puntos críticos y las órbitas periódicas y en el caso de R^2 inicie en el problema de detectar la existencia de órbitas periódicas vía los teoremas de Poincaré-Bendixson y Bendixson-Dulac.

El último objetivo es el de introducir las técnicas para entender la dinámica global discreta. El ejemplo principal será el de una familia paramétrica de sistemas dinámicos discretos: las aplicaciones unimodales, y que (por algunos valores de los parámetro) presentan una dinámica que lleva de manera sencilla a la noción de sistema caótico. Para estos sistemas la aproximación numérica no es factible y para entender su dinámica se necesitan nuevas herramientas. Los sistemas caóticos se presentan a menudo en las aplicaciones (problemas de predicción meteorológica, circuitos eléctricos, etc).

Contenido

1. Sistema Dinámicos en espacio euclidianos.

- Sistemas dinámicos definidos por ecuaciones diferenciales y por difeomorfismo.
- Órbitas; puntos críticos y órbitas periódicas.
- Conjuntos invariantes y conjuntos límite.
- Atractores. Estabilidad Liapunov.
- Conjugación de sistemas dinámicos.

2. Estudio de la dinámica local, discreta y continua.

- Retrato de fase en el entorno de un punto crítico y de un punto regular (Soluciones de los sistemas lineales, ...)
- Clasificación topológica de los sistemas lineales continuos y discretos.
- Estabilidad (Funciones de Liapunov)
- Teoremas de Hartman, de la variedad estable y de la variedad central.
- Órbitas periódicas: Aplicación de Poincaré y estabilidad.

3. Dinámica global en sistemas continuos.

- Ecuaciones diferenciales ordinarias a R^2 (Teorema de Poincaré-Bendixon, Teorema de Bendixon-Dulac, Existencia y unicidad de ciclos límite, ...)
- Ecuaciones diferenciales ordinarias en dimensión mayor que 2.

4. Dinámica global en sistemas discretos.

- Iteración en dimensión 1 y 2.
- Las aplicaciones unimodales.
- Caos. El shift de Bernoulli. La herradura de Smale.