

**Espais Vectorials**

Codi: 104343  
Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2503758 Enginyeria de Dades	FB	1	2

**Professor/a de contacte**

Nom: Francesc Bars Cortina  
Correu electrònic: Francesc.Bars@uab.cat

**Utilització d'idiomes a l'assignatura**

Llengua vehicular majoritària: català (cat)  
Grup íntegre en anglès: No  
Grup íntegre en català: Sí  
Grup íntegre en espanyol: No

**Equip docent**

Francesc Xavier Xarles Ribas

**Prerequisits**

Encara que el curs serà força autocontingut es requerirà que l'alumni conegui la resolució de sistemes d'equacions lineals, l'aritmètica bàsica de números i polinomis, i que tingui destresa de càlcul amb expressions algebraïques simbòliques.

**Objectius**

Per adquirir una bona formació matemàtica en el tractament de dades és essencial entendre a fons la teoria d'Espais Vectorials. Cal aprendre a manipular els objectes que s'introdueixen i interpretar el seu significat. Les eines que es proporcionen en aquest curs són essencials no només en totes les branques de la Matemàtica sinó també en la major part de les enginyeries.

Entre els objectius de caire formatiu destaquem els següents: entendre i utilitzar correctament el llenguatge matemàtic, veure la necessitat de demostracions i desenvolupar el sentit crític davant les afirmacions matemàtiques.

Com a objectius més específics: l'alumne aprendrà a manipular matrius com a eina bàsica per analitzar sistemes d'equacions lineals, formalitzar el llenguatge necessari per entendre els conceptes d'espai vectorial i aplicació lineal, a més de manipular formes bilineals. Diagonalització en aplicacions lineals, i alguna aplicació en el món de la enginyeria de dades. Tot això es reforçarà amb la introducció de cert programari.

**Competències**

- Avaluar de manera crítica el treball realitzat.
- Buscar, seleccionar i gestionar de manera responsable la informació i el coneixement.
- Demostrar sensibilitat cap als temes ètics, socials i mediambientals.

- Que els estudiants hagin demostrat que comprenen i tenen coneixements en una àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es basa en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda d'aquell camp d'estudi.
- Utilitzar amb destresa conceptes i mètodes propis d'àlgebra, càlcul diferencial i integral, mètodes numèrics, estadística i optimització necessaris per a la resolució dels problemes propis d'una enginyeria.

## Resultats d'aprenentatge

1. Avaluar de manera crítica el treball realitzat.
2. Buscar, seleccionar i gestionar de manera responsable la informació i el coneixement.
3. Calcular i interpretar el significat de les representacions donades per projecció en un subespai vectorial.
4. Demostrar capacitat per manipular matrius.
5. Demostrar sensibilitat cap als temes ètics, socials i mediambientals.
6. Entendre el concepte d'espai vectorial, base i representació lineal tant en espais de dimensió finita com en espais de dimensió infinita.
7. Que els estudiants hagin demostrat que comprenen i tenen coneixements en una àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es basa en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda d'aquell camp d'estudi.

## Continguts

L'assignatura està estructurada en quatre blocs: un primer bloc més computacional on es prioritza la manipulació algebraica de matrius introduint les seves operacions bàsiques. Al segon bloc es formalitzaen els conceptes d'espai vectorial abstracte i d'aplicació lineal, relacionant-los amb els continguts del primer bloc. El tercer bloc, presenta una factorització en aplicacions lineals que té diferents utilitats en el món de la enginyeria. El quart bloc estan dedicats a conceptes més avançats que aprofiten l'estructura d'espai vectorial amb mètriques.

Tema 1: Matrius i equacions lineals

- (a) Operacions amb matrius. Matriu invertible.
- (b) Transformacions elementals en matrius.
- (c) Rang d'una matriu. Criteri d'invertibilitat. PAQ-reducció.
- (d) Resolució de sistemes d'equacions lineals.
- (e) Determinant d'una matriu quadrada.

Tema 2: Espais vectorials i aplicacions lineals

- (a) Definició d'espai i subespai vectorial. Productes escalars en espais vectorials. Independència lineal, generadors i bases. Dimensió.
- (b) Nucli i imatge d'una aplicació lineal. Composició.
- (c) Coordenades de vectors i matriu associada a una aplicació lineal.

Tema 3: Diagonalització

- (a) Polinomi característic. Valors propis.
- (b) Vectors propis associats a un vector propi. Diagonalització de matrius.

(c) Polinomi mínim.

Tema 4: Ortogonalitat, espais normats i formes quadràtiques.

(a) Formes bilineals i diagonalització en matrius simètriques.

(b) Espais de Hilbert.

## Metodologia

L'assignatura disposa durant el semestre de 4 hores setmanals agrupades en blocs de 2 hores. Cadascun d'aquests blocs es dividiran en una introducció teòrica de continguts i resolució de problemes, que podrà ser en paper o amb la utilització de programari.

Per tal d'introduir el programari es dedicarà més temps a aquesta part a les sessions de principi de curs.

Hi haurà durant les classes de teoria o problemes, i a l'última mitja hora del bloc, i sense previ avist, hi haurà (durant 4 dates) un petit test que els alumnes hauran de fer de forma individual, que comptarà en la part d'avaluació.

L'assignatura comptarà amb la corresponent aula Moodle dins els servidors de la UAB per a poder complementar les explicacions fetes a classe, oferir el material necessari.

## Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
<b>Tipus: Dirigides</b>			
Classe de teoria	30	1,2	3, 4, 5, 6
Problemes,pràctiques	30	1,2	1, 2, 3, 4, 6
<b>Tipus: Autònomes</b>			
Estudi teoria i realització de problemes	50	2	2, 3, 4, 6
Preparació treballs entrega.	15	0,6	2, 3, 4, 6
Treball de pràctiques amb ordinador	19	0,76	2, 4, 6

## Avaluació

### Avaluació continuada:

Durant el curs hi haurà 2 entregues individuals d'una llista d'exercicis que es penjarà a l'aula Moodle una setmana abans. Els alumnes hauran de presentar la resolució de la llista de forma individual. La nota d'aquestes entregues (que tindran un pes igual) no es podrà recuperar, anomenem per A a aquesta nota sobre 10.

Durant el curs, i sense avist previ, es dedicarà mitja hora de la classe de teoria o la classe de problemes a fer un petit test, tipus Quiz, sobre el contingut de l'assignatura en les darreres 3 o 4 setmanes. Es farà de forma individual, a l'aula, on es poden tenir tots els apunts de l'assignatura. S'intentarà que els Quiz siguin autoavaluats dins la mateixa classe, és dir un company avalua el Quiz que ha fet un company seu. Es faran de 3 a 4 Quiz. Les notes d'aquests tests tampoc son recuperables. Cada Quiz tindrà una puntuació igual, i la mitjana entre 0 i 10 s'anotará per B.

### **Avaluació tipus exàmen:**

Durant el mes de desembre, a una hora i data que es fixarà hi haurà una avaluació de pràctiques amb ordinador. S'evaluarà el nivell assolit amb l'assignatura amb l'ajut d'un programari amb el portàtil. La prova serà individual. Aquesta prova podrà recuperar-se durant la data de recuperació, no obstant té una nota mínima de 1 punt sobre 10 per poder avaluar l'assignatura, altrament l'assignatura quedarà suspesa, veieu apartat qualificació. Denotem aquesta nota entre 0 a 10 per P, i recordeu és obligatori presentar-se a aquesta prova ja que P ha de ser més gran o igual a 1 per poder aprovar l'assignatura.

Al final de curs, hi haurà un examen final de tota l'assignatura. Denotem per E la nota de l'examen final sobre 10 punts.

### **Qualificació de l'assignatura (sense exàmens de recuperació):**

Si les notes  $E > 3,5$  i  $P > 1$ , llavors en aquest moment l'alumne té la qualificació  $N = 0,15 * A + 0,2 * B + 0,15 * P + 0,5 * E$ . Si la nota és superior o igual a 5, l'alumne supera l'assignatura amb la nota N.

Si  $P < 1$  o  $E < 3,5$  (o no s'ha presentat a l'examen de practiques o final de l'assignatura) l'alumne obté la qualificació mínima entre N i 4,5 punts.

**L'alumne obté un No Presentat (NP) si no té entrega d'exercicis, no es presenta als dos últims Quiz i no es presenta a cap dels exàmens.**

### **Exàmens de recuperació:**

Els alumnes amb  $N < 5$  o  $E < 3,5$  (sempre amb  $P > 1$ ) han de presentar-se als exàmens de recuperació per si volen intentar aprovar l'assignatura, altrament la nota quedarà com hem descrit anteriorment. Per a poder presentar-se als exàmens de recuperació és imperatiu que  $P > 1$ .

Els alumnes que es presentin als exàmens de recuperació, és obligatori presentar-se a l'examen de recuperació de l'examen final, denotem per Erec la nota sobre 10 d'aquest exàmen.

L'examen de recuperació de l'examen de pràctiques es opcional, i diem-li P' al valor obtingut (aquest examen es farà el mateix dia que l'examen de recuperació final). Pfin serà la nota de practiques P' pels alumnes que es presentin

a l'examen de recuperació de pràctiques o serà P altrament.

### **Qualificació final de l'assignatura (alumne presentats que fan recuperacions):**

Denotem per  $N_{fin} = 0,15 * A + 0,2 * B + 0,15 * P_{fin} + 0,5 * E_{rec}$ . Si  $E_{rec} > 3,5$ , la qualificació de l'alumne serà  $N_{fin}$ . En cas que  $E_{rec} < 3,5$  la qualificació de l'alumne serà el mínim entre 4,5 i  $N_{fin}$ .

### **Annex sobre la qualificació de l'assignatura:**

Els alumnes que tinguin més d'un 9,25 en la qualificació final tindran una **Matricula d'Honor (MH)** fins a assolir el límit del 5% dels matriculats. En cas d'haver més d'un 5% dels alumnes per sobre del 9,25 tindran MH aquells que tinguin les notes més altes.

**"Sense perjudici d'altres mesures disciplinàries que s'estimin oportunes, i d'acord amb la normativa acadèmica vigent, les irregularitats comeses per un estudiant que puguin conduir a una variació de la qualificació es qualificaran amb un zero (0). Les activitats d'avaluació qualificades d'aquesta forma i per aquest procediment no seran recuperables. Si és necessari superar qualsevol d'aquestes activitats d'avaluació per aprovar l'assignatura, aquesta assignatura quedarà suspesa directament, sense oportunitat de recuperar-la en el mateix curs. Aquestes irregularitats inclouen, entre d'altres:**

- la còpia total o parcial d'una pràctica, informe, o qualsevol altra activitat d'avaluació;
- deixarcopiar;
- presentar un treball de grup no fet íntegrament pels membres del grup;
- presentar com a propis materials elaborats per un tercer, encara que siguin traduccions o adaptacions, i en general treballs amb elements no originals i exclusius de l'estudiant;

- tenir dispositius de comunicació (com telèfons mòbils, smart watches, etc.) accessibles durant les proves d'avaluació teòrico-pràctiques individuals (exàmens)."

### Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Entrega exercicis	15%	0	0	1, 2, 3, 4, 6, 7
Examen de pràctiques	15%	1	0,04	1, 4, 6, 7
Examen final	50%	3	0,12	3, 4, 6, 7
Quiz	20%	2	0,08	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

### Bibliografia

Bretscher, O. "Linear Algebra with Applications", 1997, Prentice-Hall International, Inc.

Nart, E.; Xarles, X. "Apunts d'àlgebra lineal", 2016, col.lecció Materials UAB, num.237.

Seasone, G. "Elementary notions of Hilbert Spaces" 1991, New York, Dover.