

**Grafs, Topologia i Geometria Discreta**

Codi: 104349  
Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2503758 Enginyeria de Dades	OB	1	2

**Professor/a de contacte**

Nom: Mercè Villanueva Gay  
Correu electrònic: Merce.Villanueva@uab.cat

**Utilització d'idiomes a l'assignatura**

Llengua vehicular majoritària: català (cat)  
Grup íntegre en anglès: No  
Grup íntegre en català: Sí  
Grup íntegre en espanyol: No

**Equip docent**

Joaquim Borges Ayats  
Debora Gil Resina

**Prerequisits**

No hi ha prerequisits. En tot cas és aconsellable que l'estudiant domini les qüestions més bàsiques de l'àlgebra fonamental com ara la teoria de conjunts i aplicacions. També és recomanable haver cursat l'assignatura de Fonaments de Matemàtiques.

**Objectius**

La Matemàtica Discreta és l'àrea de les matemàtiques dedicada a l'estudi d'objectes discrets. En aquesta assignatura ens centrarem en alguns dels temes inclosos en aquesta àrea. Primer, ens entrarem en la teoria bàsica de grafs, optimització de recorreguts, algorismes sobre grafs i complexitat dels algorismes i problemes. Després, es veuran conceptes bàsics de topologia i topologia discreta, així com aspectes bàsics de geometria de corbes i superfícies.

**Competències**

- Buscar, seleccionar i gestionar de manera responsable la informació i el coneixement.
- Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-los de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en anglès.
- Que els estudiants tinguin la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants (normalment dins de la seva àrea d'estudi) per emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes destacats d'índole social, científica o ètica.
- Representar les dades de forma adequada, tant des del punt de vista computacional com matemàtic.
- Treballar cooperativament, en entorns complexos o incerts i amb recursos limitats, en un context multidisciplinari, assumint i respectant el rol dels diferents membres de l'equip.

## Resultats d'aprenentatge

1. Buscar, seleccionar i gestionar de manera responsable la informació i el coneixement.
2. Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-los de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en anglès.
3. Identificar i interpretar els descriptors i les propietats fonamentals de les representacions basades en la geometria de les dades.
4. Identificar i reconèixer els algorismes bàsics de recorregut de grafs i demostrar la capacitat d'aplicar-ne l'optimització.
5. Interpretar i aplicar les propietats bàsiques dels grafs dirigits i no dirigits.
6. Que els estudiants tinguin la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants (normalment dins de la seva àrea d'estudi) per emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes destacats d'índole social, científica o ètica.
7. Treballar cooperativament, en entorns complexos o incerts i amb recursos limitats, en un context multidisciplinari, assumint i respectant el rol dels diferents membres de l'equip.

## Continguts

1. Conceptes previs: conjunts, funcions i complexitat d'algorismes
  1. Conjunts i operacions amb conjunts
  2. Producte cartesià i relacions binàries
  3. Elements de combinatòria
  4. Conjunts finits, infinits i numerables
  5. Complexitat d'algorismes i de problemes
  6. Funcions de complexitat. Complexitat polinòmica i no polinòmica
3. Fonaments de grafs
  1. Definicions. Variants de grafs
  2. Camins, circuits i distàncies
  3. Graus i lema de les encaixades
  4. Subgrafs i tipus importants de grafs
  5. Seqüències gràfiques (Havel-Hakimi)
  6. Representació dels grafs
5. Recorreguts, camins i arbres generadors òptims
  1. Exploració de grafs (DFS i BFS)
  2. Camins de cost mínim (Dijkstra, Floyd)
  3. Caracterització dels arbres
  4. Arbres generadors òptims (Kruskal)
7. Planaritat i coloració
  1. Resultats bàsics
  2. Caracterització dels grafs planaris
  3. Coloració de grafs planaris
9. Topologia
  1. Espai topològic i propietats bàsiques
  2. Isomorfismes
  3. Simplexes, mallats i grafs com a codificadors d'una topologia discreta
11. Geometria de corbes i superfícies
  1. Corbes parametritzades
  2. Parametre arc, parametritzacions implícites i corbes de nivell
  3. Descriptors fonamentals d'una corba a l'espai: Triedre de Frenet, torsió i curvatura
13. Geometria de superfície
  1. Superfícies parametritzades
  2. Espai tangent
  3. Primera i segona formes fonamentals
  4. Difeomorfismes
  5. Geodesiques i camins de cost mínim

## Metodologia

Les classes de teoria es basaran en lliçons magistrals, si bé s'intentarà fomentar la participació de l'estudiant en la resolució d'exemples, càlculs de complexitat, etc. A les classes de problemes, se seguirà una llista d'exercicis que l'estudiant intentarà resoldre pel seu compte. Es fomentarà l'exposició de la resolució de problemes per part dels estudiants. En els seminaris es tractaran temes relacionats en profunditat: planteig de casos reals, es realitzarà un projecte per grups que relaciona pàgines web i teoria de grafs.

## Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
<b>Tipus: Dirigides</b>			
Classes de problemes	15	0,6	1, 2, 3, 4, 5, 6
Classes de teoria	30	1,2	1, 3, 4, 5, 6
Seminaris	5	0,2	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
<b>Tipus: Supervisades</b>			
Preparació de problemes i seminaris	12,5	0,5	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Tutories i consultes	5	0,2	1, 2, 3, 4, 5, 6
<b>Tipus: Autònomes</b>			
Preparació examen final	25	1	1, 2, 3, 4, 5, 6
Treball personal	50	2	1, 2, 3, 4, 5, 6

## Avaluació

L'avaluació de l'assignatura, sobre 10 punts, es farà de la següent forma:

- Dos exàmens parcials durant el curs (3+3), 6 punts. Aquestes proves individuals consistiran majoritàriament en exercicis a l'estil dels que s'han anat fent durant el curs. Una part menor consistirà en qüestions més teòriques. Aquesta part d'avaluació serà recuperable en un examen final per a aquells estudiants que no hagin superat l'assignatura.
- Proves basades en exercicis a classes de problemes, 1.5 punts. Es tractarà de solucionar qüestionaris (poden ser on-line) i resolució de problemes per aplicació dels algorismes vistos. Forma part de l'avaluació continuada.
- Lliurament d'un petit projecte en grup que s'haurà anat treballant en els seminaris, 2.5 punts. Es tractarà d'avaluar les activitats desenvolupades de forma tutoritzada en aquests seminaris. Per al lliurament hi haurà una data de recuperació.

Si un estudiant es presenta a alguna de les proves parcials ja no pot ser considerat com a "no avaluable". Si un estudiant es presenta a l'examen final tampoc pot ser considerat com a "no avaluable". No hi haurà cap tractament especial per als estudiants repetidors, excepte que el projecte de seminaris es podrà convalidar de l'any anterior. S'atorgarà la qualificació "matrícula d'honor" a tots aquells estudiants que tinguin un excel·lent i entrin dintre del percentatge que la normativa permeti de les millors notes, amb prioritat per a aquells que no fan l'examen de recuperació.

Les dates d'avaluació continuada es publicaran al campus virtual i poden estar subjectes a possibles canvis de programació per motius d'adaptació a possibles incidències; sempre s'informarà al campus virtual sobre aquests canvis ja que s'entén que el CV és el mecanisme habitual d'intercanvi d'informació entre professor i estudiants.

Sense perjudici d'altres mesures disciplinàries que s'estimin oportunes, i d'acord amb la normativa acadèmica vigent, les irregularitats comeses per un estudiant que puguin conduir a una variació de la qualificació es qualificaran amb un zero (0). Per exemple, plagiar, copiar, deixar copiar, ..., una activitat d'avaluació, implicarà suspendre aquesta activitat d'avaluació amb un zero (0). Les activitats d'avaluació qualificades d'aquesta forma i per aquest procediment no seran recuperables. Si és necessari superar qualsevol d'aquestes activitats d'avaluació per aprovar l'assignatura, aquesta assignatura quedarà suspesa directament, sense oportunitat de recuperar-la en el mateix curs.

Normativa Acadèmica de la UAB aprovada pel Consell de Govern de la UAB (19/03/2015) -Títol IV- Avaluació  
[http://www.uab.cat/doc/TR\\_Normativa\\_Academica\\_Plans\\_Nous](http://www.uab.cat/doc/TR_Normativa_Academica_Plans_Nous)

### Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Dues proves parcials	60%	3	0,12	1, 3, 4, 5, 6
Proves basades en exercicis a la classe de problemes	15%	1,5	0,06	1, 2, 3, 4, 5
Proves grupals a seminaris	25%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

### Bibliografia

- J.M. Basart. Grafs: fonaments i algorismes. Manuals de la UAB, 13. Servei de publicacions de la UAB, 1994.
- C. Berge. Graphs. North-Holland, 1991.
- N.L. Biggs. Matemàtica discreta. Vicens-Vives, 1994.
- N. Christofides. Graph theory, an algorithmic approach. Academic Press, 1975.
- J. Gimbert, R. Moreno, J.M. Ribó, M. Valls. Apropament a la teoria de grafs i als seus algorismes. Eines 23, edicions de la UdL, 1998.
- F.S. Roberts. Applied combinatorics. Prentice-Hall, 1984.
  
- M. P. do Carmo. Geometría diferencial de curvas y superficies. Alianza Editorial, 1995.
- J. R. Munkres, Topología, Prentice-Hall, 2a edición, 2002.
- M. Spivak. Cálculo en variedades. Editorial Reverté, 2a edición, 1970.
- W. A. Sutherland, Introduction to metric and topological spaces, 2nd edition, Oxford University Press, 2009.