

Càlcul en Diverses Variables

Codi: 104387
Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2503740 Matemàtica Computacional i Analítica de Dades	FB	1	2

Professor/a de contacte

Nom: Juan Jesús Donaire Benito

Correu electrònic: JuanJesus.Donaire@uab.cat

Utilització d'idiomes a l'assignatura

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

Equip docent

Martí Prats Soler

Prerequisits

Per cursar l'assignatura amb garanties, és recomanable haver superat l'Àlgebra Lineal i el Càlcul del primer semestre. Si aquest no fos el cas, és imprescindible, tenir almenys una certa destressa en la manipulació de derivades, càlcul de primitives, límits de funcions i manipulació de matrius i determinants.

Objectius

Els objectius de l'assignatura són conèixer les tècniques bàsiques del càlcul diferencial i integral en diverses variables i els conceptes més importants de l'anàlisi vectorial. A la primera part del curs l'estudiant ha de familiaritzar-se primer amb l'espai euclidià i la seva estructura mètrica i topològica. Seguidament, el concepte clau és el de diferencial com a aproximació lineal de l'increment i les aproximacions millors, en termes de diferencials d'ordre superior i com el comportament d'aquestes aproximacions es tradueixen en propietats locals de la funció. De la mateixa manera que en el cas d'una variable, les tècniques del curs s'aplicaran a la resolució de diferents problemes matemàtics o de la vida real com ara problemes geomètrics, d'optimització, etc.. La segona part del curs, més instrumental, està dedicada al càlcul d'integrals múltiples i a repassar alguns elements del Càlcul Vectorial que seran útils per desenvolupar eines numèriques en assignatures futures.

Competències

- Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com daltres.
- Avaluar de manera crítica i amb criteris qualitat el treball realitzat.
- Calcular i reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat.
- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció i de traducció de fenòmens i comportaments a formulacions matemàtiques.
- Formular hipòtesis i imaginar estratègies per confirmar-les o refutar-les.

- Que els estudiants hagin demostrat que comprenen i tenen coneixements en una àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es basa en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda d'aquell camp d'estudi.
- Que els estudiants puguin transmetre informació, idees, problemes i solucions a un públic tant especialitzat com no especialitzat.
- Que els estudiants tinguin la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants (normalment dins de la seva àrea d'estudi) per emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes destacats d'índole social, científica o ètica.
- Relacionar objectes matemàtics nous amb altres de coneguts i deduir-ne les propietats.
- Treballar cooperativament en un context multidisciplinar asumint i respectant el rol de los diferentes miembros del equipo.
- Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar i resoldre problemes.
- Utilitzar eficaçment la bibliografia i els recursos electrònics per obtenir informació.

Resultats d'aprenentatge

1. Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com d'altres.
2. Avaluar de manera crítica i amb criteris de qualitat el treball desenvolupat.
3. Avaluar els avantatges i els inconvenients de l'ús del càlcul i de l'abstracció.
4. Calcular derivades de funcions mitjançant la regla de la cadena, el teorema de la funció implícita, etc.
5. Calcular i estudiar extrems de funcions.
6. Classificar matrius i aplicacions lineals segons diversos criteris (rang, formes diagonal i de Jordan).
7. Comprendre i treballar intuïtivament, geomètricament i formalment amb les nocions de límit, derivada i integral.
8. Contrastar, si és possible, l'ús del càlcul amb l'ús de l'abstracció per resoldre un problema.
9. Descriure els conceptes i els objectes matemàtics propis de l'assignatura.
10. Desenvolupar estratègies autònomes per a la resolució de problemes propis del curs, discriminar els problemes rutinaris dels no-rutinaris i dissenyar i avaluar una estratègia per resoldre un problema.
11. Explicar idees i conceptes matemàtics propis del curs, així com comunicar a tercers raonaments propis.
12. Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats.
13. Llegir i comprendre un text de matemàtiques del nivell del curs.
14. Que els estudiants hagin demostrat que comprenen i tenen coneixements en una àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es basa en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda d'aquell camp d'estudi.
15. Que els estudiants puguin transmetre informació, idees, problemes i solucions a un públic tant especialitzat com no especialitzat.
16. Que els estudiants tinguin la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants (normalment dins de la seva àrea d'estudi) per emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes destacats d'índole social, científica o ètica.
17. Redactar, de manera ordenada i amb precisió, petits textos matemàtics (exercicis, resolució de qüestions de teoria, etc.).
18. Resoldre problemes que impliquin el plantejament d'integrals (longituds, àrees, volums, etc.).
19. Treballar amb diferents bases d'espais vectorials de dimensió finita.
20. Treballar cooperativament en un context multidisciplinari assumint i respectant el rol dels diferents membres de l'equip.
21. Utilitzar eficaçment la bibliografia i els recursos electrònics per obtenir informació.

Continguts

PRIMERA PART. Càlcul diferencial

- Nocions geomètriques i topològiques bàsiques a l'espai euclidià. Límits

- Funcions definides a $\mathbb{R}^n$. Límits i continuïtat. Gràfiques i conjunts de nivell.
- El concepte de funció diferenciable. Derivades parcials i derivades direccionals.
- Extremes de funcions.
- Derivades d'ordre superior. Fórmula de Taylor.
- Teorema de la funció inversa. Teorema de la funció implícita.
- Extremes condicionats. El teorema dels Multiplicadors de Lagrange

SEGONA PART. CÀLCUL INTEGRAL

- Integral de Riemann de funcions acotades en rectangles. Propietats bàsiques
- Teorema de Fubini.
- Integració sobre conjunts arbitraris.
- Teorema del canvi de variable. Significat del jacobià.
- Element de longitud i àrea, càlcul en coordenades. Integració sobre corbes i superfícies.
- Els teoremes clàssics de l'Anàlisi Vectorial.

Metodologia

L'assignatura disposa, al llarg del quadrimestre, de dues hores de classe de teoria i una hora de problemes a la setmana. Està previst, a més, la programació de sis sessions pràctiques, de dues hores cadascuna, en la que els estudiants aprofundiran en els conceptes vist a classe, via la utilització de software adequat. Per aquest motiu, és imprescindible que els estudiants tinguin al seu abast el programari que el professorat vagi recomanant al llarg del curs.

S'obrirà una aplicació d'aquesta assignatura al Campus Virtual de la universitat per tal de subministrar tot el material i tota la informació relativa a aquesta assignatura que li calgui a l'estudiant.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Avaluació	6	0,24	14, 15, 16
Reflexió sobre els conceptes apresos a classe	31	1,24	14, 15, 16
Sessions de Problemes	11	0,44	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21
Sessions de Pràctiques	12	0,48	1, 2, 3, 8, 10, 14, 16, 18, 20, 21
Sessions de Teoria	30	1,2	2, 6, 7, 9, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 20, 21
Tipus: Supervisades			
Resolució de problemes dirigits	10	0,4	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21
Tutories	5	0,2	1, 2, 11, 14, 15, 16, 20
Tipus: Autònomes			
Resolució de problemes i exercicis	45	1,8	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21

Avaluació

A meitat de quadrimestre, els estudiants realitzaran una prova parcial per avaluar el seu progrés a l'assignatura.

Al final de curs també hauran de realitzar un examen final que consistirà en una sèrie de problemes i de qüestions teòriques.

Paral·lelament, al llarg del curs, els estudiants rebran una sèrie de problemes que hauran de resoldre individualment i dels quals s'examinaran de forma presencial i individual en el despatx del professor de teoria.

Finalment, les sessions de pràctiques contindran una part avaluable que configurarà la part final de la nota de l'estudiant.

Si un estudiant no supera l'assignatura, encara tindrà opció de fer-ho amb un examen de recuperació.

La nota de curs que tindrà l'estudiant i que es traslladaria a l'acta és

$$0,1 \cdot \text{Lliuraments} + 0,2 \cdot \text{Pràctiques} + 0,25 \cdot \text{parcial} + 0,45 \cdot \text{Final}$$

Es considera que un estudiant ha superat l'assignatura si el resultat del càlcul anterior és més gran o igual que 5.

En el cas que un estudiant no hagi superat l'assignatura, encara podrà fer-ho a través d'un examen de recuperació que se celebrarà quan determini la coordinació de la titulació. Aquest examen servirà també per a aquelles persones que vulguin millorar la seva nota.

Per a aquells estudiants que es presentin a la recuperació, la nota que figurarà en el acta serà la més gran entre

$$0,1 \cdot \text{Lliuraments} + 0,2 \cdot \text{Pràctiques} + 0,7 \cdot \text{Recuperació}$$

i la nota que ja tenien abans de presentar-se.

La Qualificació de "No presentat". Per tenir la qualificació de "No presentat", l'estudiant no ha d'haver fet ni la prova parcial, ni l'examen final, ni la recuperació. Si ha fet alguna de les tres proves, la nota que li figurarà a l'acta serà la que resulti d'aplicar l'algorisme detallat anteriorment.

Matrícules d'Honor. Segons el nombre d'estudiants matriculats a l'assignatura, es podran concedir un cert nombre de matrícules d'Honor. L'assignació d'aquesta qualificació es farà una vegada s'hagi fet l'Examen Final de l'assignatura. Si després de fer aquesta assignació, no s'haguessin exhaurit totes les matrícules d'honor, es farà una segona assignació després de l'examen de recuperació.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen final	45	0	0	2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19
Lliurament d'exercicis	10	0	0	1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 17, 18, 20, 21
Prova parcial	25	0	0	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 21
Pràctiques	20	0	0	1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 15, 17, 18, 19, 21

Bibliografia

- *Cálculo Vectorial*. J.E. Marsden y A.J. Tromba, Addison Wesley Longman

- Apunts del curs subministrats pel professorat.