

Fonaments de les matemàtiques

Codi: 100089

Crèdits: 9

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OB	1	1

Professor/a de contacte

Nom: Rosa Camps Camprubí

Correu electrònic: Rosa.Camps@uab.cat

Utilització d'idiomes a l'assignatura

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

Equip docent

Pere Ara Bertrán

Laia Saumell Ariño

Francesc Perera Domènech

Wolfgang Pitsch

Prerequisits

A banda d'un bon coneixement pràctic de l'aritmètica entera i d'habilitat en la manipulació d'expressions algebraïques, no es requereixen coneixements matemàtics previs concrets per seguir el curs. Això sí, és imprescindible la voluntat d'entendre bé els raonaments i tenir sentit crític davant les afirmacions matemàtiques dels altres i, sobretot, les pròpies.

Objectius

En la primera part del curs s'introduirà el llenguatge bàsic de les matemàtiques i dedicarem molta atenció a utilitzar-lo correctament. Un bon domini del llenguatge és imprescindible per entendre, fer i comunicar matemàtiques. Les idees són essencials i el llenguatge poderós, fins al punt de que alguns problemes es resolen un cop han estat formulats en llenguatge adient. Seguir i resseguir, pensar i repensar les demostracions, descobrint i gaudint dels detalls serà part important de la feina tot aquest curs.

Especialment a principi de curs farem molt d'èmfasi en l'estructura d'una proposició matemàtica, en saber enunciar la seva negació, a distingir la implicació recíproca de la contrarrecíproca, i en què vol dir justificar que una afirmació és certa (o falsa). Tant a classe de teoria com a classes de seminari i problemes, es presentaran i es practicaran diferents mètodes de demostració: directes i contrarrecíproques, per contradicció, etc.

Conjunts i aplicacions, comptatge d'elements i relacions d'equivalència serà el contingut per on ens mourem la primera part.

A la segona part del curs visitarem els números enters i els polinomis amb els ulls de la primera part, veurem belles demostracions de fets ben coneguts com ara que hi ha infinits números primers o que existeix el màxim comú divisor de dos números, i els seus resultats anàlegs per polinomis.

Esperem que els teoremes i demostracions del curs contribueixin a que l'estudiant adquireixi una adequada formació que li permeti començar a fer demostracions per ell mateix, a ser crític davant les afirmacions matemàtiques i, sobretot, combatiu davant els problemes.

Competències

- Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Calcular, reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat
- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
- Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseïxin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
- Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes

Resultats d'aprenentatge

1. Adaptar raonaments teòrics a noves demostracions i situacions.
2. Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
3. Comprendre alguns mètodes de demostració
4. Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
5. Entendre el concepte bàsic d'aplicació i saber aplicar-lo
6. Entendre els conjunts cocient i saber treballar amb ells
7. Entendre les relacions d'equivalència i ordre.
8. Llegir enunciats de resultats i les seves demostracions, distingir situacions en les que falta donar un contraexemple
9. Manipular els conceptes bàsics de teoria de conjunts tal com apareixen a la taula de continguts.
10. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
11. Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseïxin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
12. Resoldre congruències i calcular arrels de polinomis
13. Utilitzar el càlcul simbòlic per resoldre congruències i descompondre polinomis.
14. Utilitzar els mètodes d'algunes demostracions per efectuar càlculs concrets: resolució d'equacions diofàntiques i de congruències, factorització de polinomis si hom en coneix alguna arrel

Continguts

1. Conjunts i aplicacions.

Númers complexos.

Llenguatge bàsic de conjunts.

Axiomes de Peano. Demostracions per inducció.

Aplicacions entre conjunts. Relació d'equivalència y d'ordre. Conjunt quocient.

Permutacions. Descomposició en cicles disjunts, ordre i signe.

2- Combinatòria

Conjunts finits/infinits.

Seleccions ordenades i no ordenades, amb i sense repetició. Fórmula del binomi.

Principi d'inclusió-exclusió.

3. Números enters i congruències

Divisió entera. Màxim comú divisor i mínim comú múltiple. Identitat de Bézout. Algorisme d'Euclides.

Equacions diofàntiques.

Números primers entre ells i números primers. Factorització en primers.

Congruències. Congruències d'Euler i Fermat. Teorema xinès del residu.

4. Polinomis

Divisió entera de polinomis. Màxim comú divisor i mínim comú múltiple. Identitat de Bézout. Algorisme d'Euclides.

Polinomis irreductibles i polinomis primers entre ells. Descomposició en irreductibles.

Zeros d'un polinomi.

Descomposició de polinomis en irreductibles a $C[x]$, a $R[x]$, a $Q[x]$ i a $Z/(p)[x]$.

Metodologia

La metodologia i les activitats formatives estan adaptades als objectius d'aprenentatge i de formació de la matèria: introduir el llenguatge matemàtic, aprendre a utilitzar-lo correctament, veure demostracions i mètodes de demostració. Entenem que per assolir aquests objectius és important que l'alumne de primer curs vegi i entengui el desenvolupament de la teoria però també, i potser sobretot, que intenti fer els exercicis i escriure'ls correctament, imitant allò que hom li ha presentat en les classes de teoria. Així les classes magistrals es simultaniegen amb classes de problemes i de seminari, amb la preparació d'exercicis per lliurar i amb entrevistes personals amb els professors per explicar els exercicis lliurats.

Setmanalment hi haurà sessions de problemes i de seminari. A la classe de problemes, es discutiran i resoldran a la pissarra els problemes de les llistes que abans l'estudiant haurà treballat pel seu compte. En les sessions de seminari el professor proporcionarà materials amb exercicis per practicar la redacció de demostracions. Els alumnes haurien de preguntar al professor tantes vegades com els sigui necessari (si no entenen un enunciat, si estan encallats, si volen opinió sobre la seva resolució...), finalment el professor explicarà la resolució dels problemes més representatius.

En alguns seminaris es lliuraran exercicis i es corregiran. Vegeu l'apartat d'avaluació.

S'obrirà un espai d'assignatura al moodle de la universitat (intranet) per tal de subministrar material i informació relatiu a l'assignatura, quan calgui.

Cal tenir en compte que l'assimilació de tot el temari de l'assignatura requereix per part de l'estudiant un treball personal continuat, sostingut i intens (de manera indicativa, d'almenys tantes hores setmanals com hores de classe). És important consultar, al llarg del curs, els dubtes que sorgeixen als professors de l'assignatura, tant de teoria com de problemes.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	27	1,08	4, 10, 11
Classes de teoria	43	1,72	2, 3, 5, 6, 8, 9, 13
Tipus: Supervisades			
Classes de seminari	20	0,8	
Tipus: Autònomes			
Estudi de la teoria i resolució d'exercicis	122	4,88	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14

Avaluació

L'avaluació del curs és continuada. La nota s'obté amb les activitats següents:

1) Lliurament d'exercicis als seminaris: es faran en tres dels seminaris, fixats amb antelació. Els estudiants lliuraran una part del treball fet a l'aula, de manera obligatòria. Els dos primers lliuraments no compten per a la nota, però un professor els revisarà i els retornarà corregits. Alguns estudiants seran convocats a una entrevista personal amb el professor per revisar el seu lliurament. L'assistència a l'entrevista, en cas de ser convocat, és obligatòria. En un tercer seminari el lliurament serà més llarg i se n'avaluarà el contingut per a la nota de l'assignatura. El pes del seminari en la nota final és del 10%.

2) Realització d'exercicis a través de la plataforma virtual ACME. Els terminis s'anunciaran amb antelació. 10% de la nota.

3) Examen parcial. 30% de la nota.

4) Examen final. 50% de la nota.

5) Examen de recuperació. Aquells estudiants que no hagin superat l'assignatura amb la suma ponderada de les notes dels apartats 1), 2), 3) i 4) anteriors podran realitzar un examen global de l'assignatura. La nota final serà el 80% de la nota d'aquest examen més el 20% de la nota de lliuraments, corresponent als apartats 1) i 2).

6) La qualificació de "no avaluable" s'atorgarà a qui no es presenti al examen final.

7) Matrícules d'honor: Després de l'examen final s'atorgaran les matrícules d'honor que es considerin clares. Aquestes matrícules d'honor seran ja definitives. Si el nombre màxim de matrícules permès no s'ha assolit, es reconsiderarà la possibilitat d'atorgar-ne més després de l'examen de recuperació.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen final	50%	4	0,16	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14
Examen parcial	30%	4	0,16	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14
Lliurament de problemes a seminaris	10%	1	0,04	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14
Problemes ACME	10%	1	0,04	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14
Recuperació dels exàmens	80%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14

Bibliografia

Bibliografia fonamental

R. Antoine, R. Camps i J. Moncasi. *Introducció a l'àlgebra abstracta amb elements de matemàtica discreta*. Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, núm. 46, Bellaterra, 2007. {Capítols 1 a 4}.

Altres

M. Aigner i G. M. Ziegler, *Proofs from The Book*. Springer Verlag, 1999

A. Cupillari, *The nuts and bolts of proofs*. Elsevier Academic Press, 2005.

E. Bujalance, J.A. Bujalance, A.F. Costa, E. Martínez. *Problemas de Matemática Discreta*. Sanz y Torres, Madrid.

Dorransoro, J. i Hernández, E. *Números grupos y anillos*. Addison-Wesley/Universidad Autónoma de Madrid. 1996.

P.J. Eccles, *An introduction to mathematical reasoning, numbers, sets and functions*. Cambridge University Press, Cambridge, 2007.

A. Reventós, *Temes diversos de fonaments de les matemàtiques*. Apunts.

C. Schumacher, *Chapter Zero*, Addison Wesley, 2001.

L. E. Sigler, *Álgebra*, Ed Reverté, Barcelona, 1981