

Càlcul en diverses variables i optimització

Codi: 100093

Crèdits: 9

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OB	2	1

Professor/a de contacte

Nom: Joan Verdera Melenchón

Correu electrònic: Joan.Verdera@uab.cat

Utilització d'idiomes a l'assignatura

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

Equip docent

Josep Maria Burgués Badía

Joan Josep Carmona Domènech

Julià Cufí Sobregrau

José González Llorente

Georgios Sakellaris

Prerequisits

Per tal que l'estudiant pugui cursar l'assignatura còmodament és molt important que hagi superat una assignatura de Càlcul Infinitesimal de primer curs. Si aquest no és el cas, és imprescindible que, com a mínim, entengui profundament les nocions de convergència de successions així com els de continuïtat, derivabilitat i integrabilitat de funcions d'una variable. També és molt important que l'estudiant tingui destresa en la manipulació de límits, regles de diferenciació i integració, el teorema fonamental del càlcul i desenvolupaments de Taylor de funcions elementals.

Objectius

Els objectius de l'assignatura són conèixer les tècniques bàsiques del càlcul diferencial i integral en diverses variables i els conceptes més importants de l'anàlisi vectorial.

A la primera part del curs l'estudiant ha de familiaritzar-se primer amb l'espai euclidià i la seva estructura mètrica i topològica. Seguidament, el concepte clau és el de diferencial com a aproximació lineal de l'increment i les aproximacions millors, en termes de diferencials d'ordre superior i com el comportament d'aquestes aproximacions es tradueixen en propietats locals de la funció. De la mateixa manera que en el cas d'una variable, les tècniques del curs s'aplicaran a la resolució de diferents problemes, geomètrics i d'optimització. L'estudiant també ha de familiaritzar-se amb els conceptes geomètrics de corbes i superfícies regulars i plans tangents.

La segona part del curs està dedicada al càlcul d'integrals múltiples i al càlcul vectorial (canvi d'ordre d'integració, el teorema del canvi de variables i les formules de Green i Stokes).

Competències

- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.

Resultats d'aprenentatge

1. Conèixer els resultats bàsics del Càlcul Diferencial en diverses variables reals.
2. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
3. Saber aplicar els teoremes de la Funció Inversa i de la funció implícita a problemes concrets.

Continguts

1. Càlcul diferencial en diverses variables:

- Nocions geomètriques i topològiques bàsiques a l'espai euclidià. Límits i continuïtat. Gràfiques i conjunts de nivell
- Diferenciabilitat. Derivades parcials i derivades direccionals..
- Derivades d'ordre superior. Fórmula de Taylor. Extrems relatius i anàlisi dels punts crítics.
- Teorema de la funció inversa. Canvis de coordenades.
- Teorema de la funció implícita. Interpretació geomètrica, subvarietats regulars: corbes i superfícies.
- Extrems condicionats. Multiplicadors de Lagrange

2. Integració

- Integral de Riemann de funcions acotades en rectangles. Propietats bàsiques
- Teorema de Fubini.
- Integració sobre conjunts més generals.
- Teorema del canvi de variable. Significat del jacobí.
- Element de longitud i d'àrea. Integració sobre corbes i superfícies.

3. Anàlisi vectorial

- Superfícies orientables.
- Circulació i flux d'un camp vectorial.
- Divergència i rotacional d'un camp vectorial. Camps conservatius i solenoidals.
- Teoremes de Green, de la divergència i de Stokes.

Metodologia

L'assignatura disposa, al llarg del curs acadèmic de tres hores de classe de teoria, una hora de problemes i dues hores de seminari (en setmanes alternes) a la setmana. Es recomana fortament l'assistència a aquestes sessions.

S'obrirà una aplicació d'aquesta assignatura al Campus Virtual de la universitat per tal de subministrar tot el material i tota la informació relativa a aquesta assignatura que li calgui a l'estudiant.

Periòdicament, l'estudiant rebrà unes llistes de problemes que ha de pensar i sobre els quals es treballarà a les classes de problemes.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classe de problemes	15	0,6	
Classe de teoria	39	1,56	
Seminari	13	0,52	
Tipus: Autònomes			
Estudi de teoria	53	2,12	
Resolució de problemes	95	3,8	

Avaluació

Es realitzarà una avaluació continuada consistent en un examen parcial (P) i dos seminaris avaluables S1, S2, obligatoris. Al final del curs hi haurà un examen final i un examen de recuperació.

La qualificació s'obté en dues etapes. Designem per P,S,F i R respectivament, les qualificacions de l'examen parcial, la mitjana dels seminaris S1,S2, l'examen final i el de recuperació, totes sobre 10.

Primera convocatòria. Amb P, F computem la nota d'exàmens $NE = 4/7 F + 3/7 P$. La qualificació a la primera convocatòria és $C1 = (0,7)NE + (0,3)S$

Segona convocatòria. Els alumnes que no han superat la primera convocatòria i s'hagin presentat als dos seminaris avaluables, i els que volen millorar nota, es podran presentar a l'examen de recuperació. La qualificació C2 a la segona convocatòria és $C2 = 0,7 R + 0,3 S$

Per als que es presenten a millorar nota, la qualificació final és $(C1+C2)/2$.

Als exàmens parcial i final hi haurà un exercici escrit de teoria, en el qual s'haurà de demostrar un resultat (un full per les dues cares com a màxim), entre una llista que s'anirà confeccionant durant el curs. També hi haurà problemes i potser un test d'entre 5 i 10 preguntes.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
-------	-----	-------	------	--------------------------

Examen final	40%	3	0,12	1, 2, 3
Examen parcial	30%	3	0,12	1, 2
Seminari avaluable	15%	2	0,08	1, 2, 3
Seminari avaluable	15%	2	0,08	1, 2, 3

Bibliografia

- Cálculo Vectorial, J.E. Marsden y A.J. Tromba, Addison Wesley Longman. Recomanable que resolgueu alguns dels molts problemes que hi ha al final de cada secció. Per tant cal tenir-lo a ma durant el curs. És un llibre que us serà útil sempre perquè el seguirem de prop.
- Functions of several variables, Martin Moskowitz and Fotios Paliogiannis, World Scientific, 2011. És un llibre que s'adapta molt al contingut del curs i que seguirem de prop.
- Analysis II, Terence Tao, Hindustan Book Agency, Texts and readings in Mathematics 38, 2006. L'autor va guanyar la medalla Fields el 2006, així que és interessant veure com presenta la matèria. Hi ha dos capítols sobre mesura de Lebesgue, bastant concisos.
- Functions of several variables, Wendell Fleming, Undergraduate texts in Math, Springer. És un clàssic d'un nivell una mica per sobre del nostre. Us pot anar bé per complementar i per veure una presentació del tema amb demostracions completes i un enfocament molt més teòric que el Marsden i Tromba.
- Second year calculus, David Bressoud, Undergraduate texts in Math, Springer, 1991. És un llibre original que desenvolupa el càlcul vectorial a partir de la física. El subtítol és : "From celestial mechanics to special relativity".
- Notes de l'assignatura. Notes de Joan Verdera i apunts de J.Bruna, en pdf.