

Estructures algebraïques

Codi: 100096

Crèdits: 9

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OB	2	2

Professor/a de contacte

Nom: Jaume Moncasi Solsona

Correu electrònic: Jaume.Moncasi@uab.cat

Utilització d'idiomes a l'assignatura

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

Equip docent

Francesc Xavier Xarles Ribas

Laurent Cantier

Prerequisits

Els requisits acadèmics previs els trobarem en les assignatures Fonaments de les Matemàtiques i Àlgebra Lineal, de primer curs. L'habilitat adquirida en les manipulacions algebraïques, i la familiaritat amb les operacions en contextos aritmètics o de grups de permutacions, es continuaran desenvolupant, tot passant a un nivell d'abstracció més elevat, d'altra banda molt comú en Matemàtiques.

Objectius

L'objectiu principal d'aquesta assignatura és donar una introducció a les estructures algebraïques bàsiques: grups, anells commutatius i cossos. Farem èmfasi a conèixer diverses classes d'anells commutatius; n'estudiarem exemples no trivials, així com procediments per fabricar-ne de nous. Les classes d'anells que estudiarem apareixen de manera natural en considerar la teoria de divisibilitat. A la part final del curs s'introdueix l'estudi dels cossos i les seves extensions, centrant-nos en el cas dels cossos finits.

Competències

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat

- Treballar en equip.

Resultats d'aprenentatge

1. Calcular el màxim comú divisor i la factorització de nombres enters i polinomis.
2. Construir grups i anells quocient i cossos finits i operar en ells.
3. Operar en alguns grups senzills (com a cíclics, dièdrics, simètrics i abelians).
4. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
5. Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat
6. Treballar en equip

Continguts

1. Grups.

- Grups, subgrups, homomorfismes.
- Teorema de Lagrange.
- Subgrups normals. Grup quocient.
- Els teoremes d'isomorfisme.
- Acció d'un grup sobre un conjunt.
- Grups especials: cíclics, grup simètric, alguns grups abelians.

2. Anells commutatius.

- Anells, ideals, anell quocient, ideals principals.
- Morfismes. Els teoremes d'isomorfisme (per anells).
- Ideals maximals i primers. El Lema de Zorn.
- El cos de fraccions d'un domini.
- L'anell de polinomis en una o diverses variables.

3. Factorització.

- Irreductibles i primers. Dominis de factorització única.
- Màxim comú divisor.
- Dominis d'ideals principals.
- Tot domini d'ideals principals és un domini de factorització única.

- Factorització en anells de polinomis. El criteri d'Eisenstein.

4. Cossos finits.

- Cossos, característica, subcossos.
- Existència i unicitat de cossos finits.

Metodologia

Aquesta assignatura té tres hores setmanals de teoria, per a les quals, encara que no disposarem d'un conjunt d'apunts previs, cal destacar que hi ha una varietat interessant de referències bibliogràfiques que es poden tenir en compte per entendre el que s'ha explicat a classe i, si s'escau, ampliar coneixements.

Al llarg del curs es farà una hora setmanal de classe de problemes. Els conceptes introduïts a classe de teoria, els enuncis dels teoremes, les seves demostracions i les aplicacions són imprescindibles quan ens posem a pensar problemes, ja que a vegades les tècniques seran semblants. Els dubtes que sorgeixin es poden preguntar durant la classe o utilitzant els seminaris i les hores de consulta dels professors. Les llistes de problemes seran exhaustives i no s'acabaran a classe, de manera que els estudiants hauran d'acabar-les pel seu compte.

També es faran 8 sessions de seminari, on els alumnes elaboraran i presentaran problemes de l'assignatura, amb la supervisió del professorat. Aquest treball podrà ser accessible a la web.

A més, l'assignatura disposa d'una pàgina al campus virtual on anirem penjant les llistes de problemes, material addicional i qualsevol informació relacionada amb l'assignatura.

El temps previst a la taula és aproximat i, evidentment, cada estudiant l'haurà d'adaptar a la seva situació. En qualsevol cas, tenint en compte que a més aquesta assignatura compta 9 crèdits, és a dir el 30% dels crèdits d'un semestre estàndard, cal pensar com aconsellable una dedicació aproximada de 12-14 hores setmanals, incloent les classes presencials.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	16	0,64	
Classes de teoria	43	1,72	
Tipus: Supervisades			
Seminaris	14	0,56	
Tipus: Autònomes			
Estudi personal i preparació dels seminaris	145	5,8	

Avaluació

Un 10% de la nota correspon al lliurament de problemes durant el curs. La qualificació obtinguda sobre 10 com la mitjana aritmètica dels lliuraments serà (LP).

Es realitzarà una prova escrita, a mitjans de semestre, per avaluar les capacitats teòriques i pràctiques de l'assignatura. La data de la prova la fixarà la coordinació del grau. La nota sobre 10 (P1) d'aquesta prova correspondrà a un 30% de la nota total.

En alguns dels seminaris es lliuraran exercicis fets a l'aula. Seran exercicis curts per avaluar aspectes pràctics dels seminaris realitzats. La nota (S) sobre 10 dels seminaris, calculada com la mitjana aritmètica de les mitjanes dels seminaris, comptarà un 10% de la nota del curs.

Un 50% de la nota (P2) correspon a l'obtinguda a l'examen final. En aquest examen s'avaluaran els coneixements teòrics i pràctics de l'assignatura.

Obtenim així la nota $N=0.10 \cdot LP + 0.10 \cdot S + 0.30 \cdot P1 + 0.50 \cdot P2$. L'assignatura quedarà aprovada, doncs, si la nota N és igual o superior a 5.

Les matrícules d'honor s'atorgaran (llevat de casos excepcionals) en funció del valor de la nota N.

Hi haurà un examen de recuperació corresponent a l'examen final. Només els estudiants amb nota $N < 5$ i que s'hagin presentat als exàmens que donen lloc a les notes P1 i P2 podran presentar-se a aquest examen. En aquest cas, la nota final de l'assignatura es calcularà com $\text{MAX}(N; 0.10 \cdot LP + 0.10 \cdot S + 0.30 \cdot P1 + 0.50 \cdot R)$, on R denota la nota de l'examen de recuperació.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Activitats d'avaluació continuada	50%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 6
Examen	50%	4	0,16	1, 2, 3, 4, 5, 6

Bibliografia

Existeixen algunes monografies que cobreixen els continguts de l'assignatura. Recomanem, en aquest sentit, les referències [3],[4], [5],[6] i [7]. Aquesta darrera és recomanable sobretot pel tractament que fa de la teoria de grups (que està una mica renovat a [6]). Per la part d'anells, la referència [5] és també recomanable ja que, a més, conté referències històriques i notes sobre aplicacions a altres contextos. Pel tractament dels cossos finits seguirem, essencialment, [1]. La referència [4] és un bon pont entre l'assignatura "Fonaments de Matemàtiques" de primer curs i aquesta, amb nombrosos exemples que il·lustren els conceptes abstractes.

El text [3] cobreix el material de l'assignatura i temes més avançats. La referència [2] inclou una col·lecció de problemes resolts.

[1] R. Antoine, R. Camps, J. Moncasi. Introducció a l'àlgebra abstracta. Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, no. 46, Bellaterra, 2007.

[2] F. Cedó, V. Gisin, Àlgebra bàsica, Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, no. 21, Bellaterra, 2007.

- [3] P.M. Cohn. Algebra. Vols. 1 i 2, John Wiley and Sons, 1989.
- [4] J. Dorronsoro, E. Hernández, Números, grupos y anillos, Addison- Wesley, 1996
- [5] F. Delgado, C. Fuertes, S. Xambó, Introducción al álgebra: anillos, factorización y teoría de cuerpos, Universidad de Valladolid, 1998.
- [6] J.B. Fraleigh. A First course in abstract algebra. Addison-Wesley, 1982.
- [7] T. W. Hungerford, Algebra, Springer-Verlag, 1974