2019/2020

## Análisis real y funcional

Código: 100110
Créditos ECTS: 6

| Titulación | Tipo | Curso | Semestre |
|---|---|---|---|
| 2500149 Matemáticas | OT | 4 | 0 |

## Contacto

Nombre: Joan Orobitg Huguet

Correo electrónico: Joan.Orobitg@uab.cat

## Uso de idiomas

Lengua vehicular mayoritaria: catalán (cat)

Algún grupo íntegramente en inglés: No

Algún grupo íntegramente en catalán: Sí

Algún grupo íntegramente en español: No

## Prerequisitos

Todos los cursos anteriores de Cálculo y Análisis Matemàtico.

También es importante un buen conocimiento de Álgebra Lineal y de Topología básica.

## Objetivos y contextualización

Explicar los conceptos y los resultados fundamentales de la integral de Lebesgue en el espacio euclidiano.

Presentar los métodos del análisis funcional, en el contexto de los espacios de Banach y de Hilbert.

## Competencias

- Asimilar la definición de objetos matemáticos nuevos, de relacionarlos con otros conocidos y de deducir sus propiedades.
- Demostrar una elevada capacidad de abstracción.
- Desarrollar un pensamiento y un razonamiento crítico y saber comunicarlo de manera efectiva, tanto en las lenguas propias como en una tercera lengua.
- Formular hipótesis e imaginar estrategias para confirmarlas o refutarlas.
- Identificar las ideas esenciales de las demostraciones de algunos teoremas básicos y saberlas adaptar para obtener otros resultados.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
- Utilizar eficazmente bibliografía y recursos electrónicos para obtener información.

## Resultados de aprendizaje

1. Asimilar la definición de objetos matemáticos nuevos, de relacionarlos con otros conocidos y de deducir sus propiedades.
2. Comprender el lenguaje y conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas de análisis matemático avanzado.
3. Comprender la naturaleza de la integral de Lebesgue y sus ventajas frente a la integral de Riemann.
4. Desarrollar un pensamiento y un razonamiento crítico y saber comunicarlo de manera efectiva, tanto en las lenguas propias como en una tercera lengua.
5. Entender el concepto de medida en R^n y su proceso de construcción.
6. Formular conjeturas e imaginar estrategias para confirmar o rehusar estas conjeturas.
7. Idear demostraciones de resultados matemáticos del área de análisis matemático.
8. Manejar con soltura los espacios de Hilbert más importantes y saber aplicar, en ellos, la teoría básica del Análisis Funcional.
9. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
10. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
11. Utilizar eficazmente bibliografía y recursos electrónicos para obtener información.

## Contenido

El curso consta de 3 bloques:

Teoría de la Medida, Espacios de Banach y Espacios de Hilbert.

1. Limitaciones de la integral de Riemann.

2. Medida de Lebesgue. Teoría abstracta de la medida.

3. Integral de Lebesgue. Teoría abstracta de la integral. Límite vs integral.

4. Teorema Fundamental del Cálculo. Teorema del cambio de variable. Teorema de Fubini-Tonelli.

5. Integrales dependientes de un parámetro. Derivación bajo signo integral.

6. Espacios normados. Espacios de Banach. Caracterizaciones.

7. Espacios de sucesiones. Espacios de funciones. Espacios de medidas.

8. Operadores lineales acotados. Norma de un operador. La topología de los operadores lineales acotados.

9. Aplicaciones: la ecuación integral de Volterra.

10. Teoremas de la aplicación abierta y la gráfica cerrada. Principio de acotación uniforme.

11. Dual topológico de un espacio normado. Teorema de Hahn-Banach.

12. Espacios de Hilbert. Teorema de la proyección. Ortogonalidad.

13. Bases hilbertianes. Desigualdad de Bessel. Identidad de Parseval.

14. Series de Fourier. Lema de Riemann-Lebesgue.

15. Operadores compactos. Problema de Sturm-Liouville.

## Metodología

Esta asignatura tiene 2 horas de teoría y 1 de problemas por semana.

También consta de un total de 6 horas de seminarios a lo largo del curso.

Aunque no es obligatoria, sí es muy recomendable la asistencia a clase para hacer preguntas y aventurar respuestas, aunque sean incorrectas.

Teoría: desarrollaremos los resultados principales y los pondremos en el contexto de las futuras aplicaciones.

Problemas: los alumnos recibirá unas listas de ejercicios que resolveremos en las clases de problemas.

Seminarios: servirán para complementar los contenidos de teoría y problemas.

Los alumnos también dispondrán de unas horas de consulta en el despacho del profesor, para consultar dudas, discutir sobre métodos, etc.

## Actividades

| Título | Horas | ECTS | Resultados de aprendizaje |
|---|---|---|---|
| Tipo: Dirigidas | | | |
| Clases de problemas | 14 | 0,56 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 |
| Classes de teoría | 30 | 1,2 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 |
| Tipo: Supervisadas | | | |
| Seminarios | 6 | 0,24 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 |
| Tipo: Autónomas | | | |
| Estudio personal | 92 | 3,68 | |

## Evaluación

Durante el curso haremos una actividad de evaluación (dos horas) para cada bloque. Consistirá en presentar la demostración de algún resultado, de una lista establecida antes de la evaluación, y en la resolución de ejercicios.

Bloque 1. Teoría de la Medida (30%)

Bloque 2. Espacios de Banach (30%)

Bloque 3. Espacios de Hilbert (30%)

La entrega de ejercicios resueltos, a medida que el profesor lo hice indicando, complementa (10%) la evaluación de curso.

Al día señalado por la Coordinación del Grado como ExamenFinal (o de recuperación) se podrá recuperar cada uno de los bloques evaluados por separado.

TODOS LOS CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA SON EVALUABLES (TEORÍA, PROBLEMAS, SEMINARIOS).

## Actividades de evaluación

| Título | Peso | Horas | ECTS | Resultados de aprendizaje |
|---|---|---|---|---|
| Bloque 2. Espacios de Banach | 30% | 2 | 0,08 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 |
| Bloque 3. Espacios de Hilbert | 30% | 2 | 0,08 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 |
| Bloque1. Teoría de la medida | 30% | 2 | 0,08 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 |
| Entrega de ejercicios | 10% | 2 | 0,08 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 |

## Bibliografía


J. Bruna, Anàlisi Real, UAB Servei de Publicacions, 1996.

J.M. Burgués, Integració i càlcul vectorial, UAB Servei de Publicacions, segona edició, 2002.

S. Lang, Real and functional analysis, Graduate texts in mathematics, Springer, 1993.

W. Rudin Real and functional analysis, Alambra,1979.