2019/2020

Topología de variedades

Código: 100114
Créditos ECTS: 6

Titulación	Tipo	Curso	Semestre
2500149 Matemáticas	OT	4	0

Contacto

Nombre: Wolfgang Pitsch

Correo electrónico: Wolfgang.Pitsch@uab.cat

Uso de idiomas

Lengua vehicular mayoritaria: español (spa)

Algún grupo íntegramente en inglés: No

Algún grupo íntegramente en catalán: No

Algún grupo íntegramente en español: Sí

Equipo docente

Juan Luis Durán Batalla

Prerequisitos

Se recomienda haber cursado la asignatura de Geometría diferencial del 3er año.

Objetivos y contextualización

Ever since the concept of homeomorphism was clearly defined, the "ultimate" problem in topology has been to classify topological spaces "up to homeomorphism". That this was a hopeless undertaking was very soon apparent, the subspaces of the plane R2 being an obvious example. From this impossibility were born algebraic and differential topology, by a shift of emphasis which consisted in associating "invariant" objects to some types of spaces (objects are the same for two homeomorphic spaces). At first these objects were integers, but it was soon realized that much more information could be extracted from invariant algebraic structures such as groups and rings.

(Jean Dieudonné, A history of algebraic and differential topology 1900--1960)

El objetivo de este curso es intrudcior algunos de las herramientas algebráicas más relevantes para el estudio y la clasificación de las variedades: la cohomología de de Rahm y el grupo fundamental. la cohomología de de Rahm, generalización natural del cálculo diferencial en R^n, asocia a cada variedad una sucesión de espacios vectoriales de dimensión finita en la que se encuentran codificadas varias propiedades de la variedad: su dimensión, su orientabilidad, propiedades de orientabilidad superiores (estructuras spin, etc.). Además de introducir estos espacios presentaremos algunas de la herramientas utilizadas para extraer la información relevante de estos espacios.

Esto sera pues un primer vistazo a una teoría que va desarrollándose desde finales del siglo XIX y que continúa activa. Entre sus grandes logros se encuentran: la clasificación de las superficies, la demostración de la conjetura de Poincaré en dimensiones mayores que 5, el problema del "invariante de Kervaire 1" y mas recientemente el desarrollo de técnicas topológicas para el análisis de datos.

Competencias

- Desarrollar un pensamiento y un razonamiento crítico y saber comunicarlo de manera efectiva, tanto en las lenguas propias como en una tercera lengua.
- Generar propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.

Resultados de aprendizaje

1. Desarrollar un pensamiento y un razonamiento crítico y saber comunicarlo de manera efectiva, tanto en las lenguas propias como en una tercera lengua.
2. Generar propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional.
3. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
4. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.

Contenido

El curso abarcará los siguientes temnas:

- Definición de Variedad Lisa.
- noción de atlas
- fibrados tangentes y cotangentes
- campos vectoriales

- Complejo de De Rahm
- Formas diferenciales
- Complejo de de Rahm
- Noción de cohomología
- Característica de Euler
- Dualidad de Poincaré

- Grupo fundamental y Revestimientos
- Definiciones
- Espacio recubridor
- Revestimiento universal
- Clasificación de revestimientos

Como aplicaciones se demostrarán algunos de los teoremas siguientes:

- Clasificación de superficies compactas connexas
- Teorema del punto fijo de Brouwer.
- Teorema de separación de Jordan-Brouwer.
- Invariancia topológica de la dimensión de una variedad.

Metodología

En las clases de Teoría se expondrán los conceptos básicos así como las demostraciones formales de los resultados. Estas clases vienen complementadas por las clases de problemas, sesiones prácticas y expociciones orales de los alumnos que son oportunidades para profundizar en los temas abarcados durante la teoría.

Actividades

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Tipo: Dirigidas			
Clases de problemas	14	0,56	1, 2, 3, 4
Clases de teoría	30	1,2	1, 2, 3
Tipo: Supervisadas			
Seminarios	6	0,24	1, 2, 3
Tipo: Autónomas			
Asimilación de conceptos, argumentos y resultados teóricos	45	1,8	2, 3, 4
Preparación y exposición de trabajos	15	0,6	1, 3, 4
Resolución de problemas	30	1,2	3, 4

Evaluación

La nota final de la asignatura será

0.4 Exámen final + 0.4 Parical + 0.2 Problemas a entregar

La nota del examen de repesca reemplazará la nota del exámen y la del parcial. Los problemas a entregar no son recuperables.

Un alumno sque no se presenta al examen parcial es considerado como "No Evaluable".

Actividades de evaluación

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Exámen	40%	3	0,12	1, 3
Exámen de recuperación	80%	3	0,12	1, 2, 3, 4
Parcial	40%	3	0,12	1, 3
Problemas a entregar	20%	1	0,04	1, 2, 3, 4

Bibliografía

Unos apuntes que cubren el material tratado durante el curso estarán a disposición de los alumnos a través del campus virtual.

R. Bott and L.W. Tu, Differential forms in algebraic topology. Graduate Texts in Mathematics, 82. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1982. xiv+331 pp.

A. Hatcher, Algebraic topology. Cambridge University Press, Cambridge, 2002. xii+544 pp. (http://www.math.cornell.edu/~hatcher/AT/ATpage.html).

I. Madsen and J. Tornehave, From calculus to cohomology. de Rham cohomology and characteristic classes. *Cambridge University Press, Cambridge,* 1997. viii+286 pp.

W.S. Massey, Algebraic Topology: An introduction. Graduate Texts in Mathematics, 56. Springer-Verlag, New York, 1977. xxi+261 pp.

V. Navarro and P. Pascual: Topologia Algebraica. Edicions UB, 34, Barcelona, 1999. 326pp.

I.M. Singer and J.A. Thorpe, Lecture notes on elementary topology and geometry. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1976. viii+232 pp.

J. W. Vick, Homology theory. An introduction to algebraic topology. Second edition. Graduate Texts in Mathematics, 145. Springer-Verlag, New York, 1994. xiv+242 pp.

F.W. Warner, Foundations of differentiable manifolds and Lie groups. Graduate Texts in Mathematics, 94. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1983. ix+272 pp.