

**Geometría Riemanniana**

Código: 100115  
Créditos ECTS: 6

Titulación	Tipo	Curso	Semestre
2500149 Matemáticas	OT	4	0

## Contacto

Nombre: Florent Balacheff

Correo electrónico: Florent.Balacheff@uab.cat

## Uso de idiomas

Lengua vehicular mayoritaria: catalán (cat)

Algún grupo íntegramente en inglés: No

Algún grupo íntegramente en catalán: Sí

Algún grupo íntegramente en español: No

## Prerequisitos

Para un buen seguimiento de la asignatura se recomienda una buena asimilación de los conceptos introducidos en la asignatura Geometría Diferencial.

También se utilizarán conocimientos de análisis (Cálculo en varias variables y optimización), de topología (Topología) y de ecuaciones diferenciales (Ecuaciones Diferenciales y Modelización I).

## Objetivos y contextualización

Una variedad de Riemann es una variedad diferenciable con un producto escalar definido en el espacio tangente de cada punto. La geometría de Riemann se ocupa de estudiar estos objetos y nació como una generalización de la geometría intrínseca de las superficies. Más tarde se mostró como una herramienta ideal para la formulación de la mecánica clásica y sobre todo de la teoría general de la relatividad. Más recientemente ha jugado un papel decisivo en la demostración de la conjetura de Poincaré.

Las dos nociones fundamentales en geometría de Riemann son la de curvatura y la de geodésica. El objetivo fundamental del curso es comprender, geoméricamente y hasta donde sea posible, la interrelación entre estas dos nociones. En este sentido se considerará el efecto de la curvatura sobre el comportamiento de las geodésicas y sobre la topología de las variedades.

## Competencias

- Aplicar el espíritu crítico y el rigor para validar o refutar argumentos tanto propios como de otros.
- Demostrar una elevada capacidad de abstracción.
- Formular hipótesis e imaginar estrategias para confirmarlas o refutarlas.
- Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
- Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
- Utilizar eficazmente bibliografía y recursos electrónicos para obtener información.

## Resultados de aprendizaje

1. Aplicar el espíritu crítico y el rigor para validar o refutar argumentos tanto propios como de otros.
2. Comprender el lenguaje abstracto y conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas de geometría y topología avanzadas.
3. Idear demostraciones de resultados matemáticos del área de geometría y topología.
4. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
5. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
6. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. Utilizar eficazmente bibliografía y recursos electrónicos para obtener información.

## Contenido

1. Variedades riemannianas. Noción de longitud y volumen riemannianos.
2. Conexiones. Geodésicas. Mapa exponencial y lema de Gauss. El teorema de Hopf-Rinow.
3. Curvatura. Campos de Jacobi.
4. Geometría hiperbólica.
5. Introducción a la geometría sistólica.

## Metodología

La asignatura dispone de dos horas semanales de clase de teoría y una de problemas. Además, a lo largo del curso habrá tres seminarios de dos horas cada uno.

En las clases de teoría se introducirán las nociones fundamentales de la geometría de Riemann y se presentarán los resultados más importantes de la teoría. Asimismo, se darán las herramientas necesarias para la comprensión y resolución de problemas.

En las clases de problemas se profundizará en la asimilación y se mejorará la comprensión de los conceptos desarrollados en las clases teóricas mediante la resolución de problemas teóricos y de ejercicios destinados a incrementar la destreza de los alumnos en los cálculos propios de la materia. Este trabajo se llevará a cabo mediante las explicaciones hechas por el profesor en la pizarra y la participación activa de los estudiantes en la discusión de los diferentes argumentos empleados para solucionar los problemas. Las listas de problemas serán entregadas a los alumnos a lo largo del cuatrimestre.

Los seminarios se dedicarán a profundizar en cuestiones tratadas en las clases de teoría y problemas. Los estudiantes recibirán un guión con anterioridad a la realización de cada seminario. Durante la sesión, deberán trabajar de manera autónoma, si bien podrán ser asesorados por los profesores. Posteriormente, entregarán la solución a problemas trabajados durante el seminario. Estas soluciones serán corregidas por los profesores, dando lugar a una parte de la nota de evaluación continua.

Paralelamente, cada alumno elaborará un trabajo sobre un tema elegido entre una lista propuesta por los profesores. Este trabajo se entregará por escrito, además de exponerse en clase. La valoración de ambos aspectos (escrito y oral) también formará parte de la evaluación continuada.

Se prevén tutorías individuales, o en grupos reducidos, los alumnos que lo deseen en el despacho del profesor.

Al final el alumno habrá recibido en las clases de teoría y problemas, así como los seminarios, toda la información necesaria (tanto los enunciados como sus demostraciones), para afrontar la prueba parcial tal como la prueba final. Esta asignatura también ofrecerá recursos mediante el Campus Virtual.

## Actividades

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Tipo: Dirigidas			

Clases de problemas	14	0,56	1, 2, 3, 4
Clases de teoría	30	1,2	1, 2, 4
Tipo: Supervisadas			
Seminarios	6	0,24	1, 2, 3, 4, 5
Tipo: Autónomas			
Estudio personal	45	1,8	1, 2, 4, 7
Preparación y exposición de trabajos	16	0,64	1, 2, 4, 5, 7
Resolución de problemas	30	1,2	1, 3, 4, 5, 7

## Evaluación

La evaluación de esta asignatura tendrá en cuenta la asimilación de los contenidos, así como el trabajo realizado durante el curso, y se realizará en forma de evaluación continua. La nota final se obtendrá por media ponderada entre la puntuación obtenida en el módulo de examen parcial (30%), el módulo de examen final (30%), el módulo de entrega de problemas (20%) y el módulo de presentación de trabajos (20%). Las eventuales matrículas de honor se otorgarán en función de la nota de evaluación continua. Los alumnos que no hubieran aprobado la evaluación continua, es decir que no hubiesen obtenido una nota final igual o superior a cinco, o bien que quieran mejorar su nota, dispondrán de una prueba final de recuperación de los módulos de exámenes y de entrega de problemas.

Un alumno será calificado como "No presentado" si el peso de las actividades de evaluación en las que ha participado no supera el 50% del peso de la evaluación continua de la asignatura.

## Actividades de evaluación

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Entrega de problemas	0,20	1	0,04	1, 2, 3, 4, 5
Examen de recuperación	0,80	4	0,16	1, 2, 3, 4, 5, 7
Examen final	0,30	1,5	0,06	1, 2, 3, 4, 5, 7
Presentación de trabajos	0,20	1	0,04	1, 2, 4, 5, 6, 7
examen parcial	0,30	1,5	0,06	1, 2, 3, 4, 5, 7

## Bibliografía

- 1- Manfredo P. do Carmo, Riemannian Geometry. Birkhäuser, 1992.
- 2- Manfredo P. do Carmo, Geometría diferencial de curvas y superficies. Alianza Universidad, 1990.
- 3- S. Gallot, D. Hulin, J. Lafontaine, Riemannian Geometry. Springer-Verlag, 1990.
- 4- Joan Girbau, Geometria diferencial i relativitat. Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la U.A.B., 1993.
- 5- John M. Lee, Riemannian Manifolds: An introduction to curvature. Springer-Verlag, 1997.
- 6- M. Spivak, A Comprehensive Introduction to Differential Geometry. Publish or Perish Inc, 1979.