

Processos estocàstics

Codi: 100116
Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OT	4	0

Professor/a de contacte

Nom: Xavier Bardina Simorra

Correu electrònic: Xavier.Bardina@uab.cat

Utilització d'idiomes a l'assignatura

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Com a requisits generals, per poder seguir l'assignatura, cal un bon coneixement a nivell pràctic d'anàlisi i càlcul o, més concretament, d'integració i sèries. Com a requisits més específics és necessari haver cursat prèviament el curs de Probabilitat i Modelització Estocàstica de tercer curs.

Objectius

L'objectiu d'aquesta assignatura és, d'una banda, introduir l'alumne en la part de la teoria de la probabilitat anomenada teoria dels processos estocàstics, que té per objecte d'estudi els fenòmens aleatoris que evolucionen en el temps o en l'espai. Veurem les generalitats bàsiques d'aquests models i estudiarem alguns models concrets.

S'estudiaran amb detall les cadenes de Markov a temps discret, en general i, com a exemple principal, el cas del passeig aleatori. Veurem també les cadenes de Markov a temps continu com, per exemple, el procés de Poisson o els processos de naixement i mort. Finalment introduïrem també el moviment Brownià.

Competències

- Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
- Generar propostes innovadores i competitives en la recerca i en l'activitat professional.
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
- Utilitzar eficaçment bibliografia i recursos electrònics per obtenir informació

Resultats d'aprenentatge

1. Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
2. Generar propostes innovadores i competitives en la recerca i en l'activitat professional.
3. Idear demostracions de resultats matemàtics de l'àrea de probabilitat i estadística
4. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
5. Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
6. Utilitzar eficaçment bibliografia i recursos electrònics per obtenir informació

Continguts

1. Cadenes de Markov a temps discret.
 - 1.1. Motivació: el passeig aleatori.
 - 1.2. Definicions. Propietats bàsiques. Matriu de transició.
 - 1.3. Temps d'atur. Propietat forta de Markov.
 - 1.4. Estats recurrents i transitoris. Classes d'equivalència.
 - 1.5. Comportament asimptòtic. Distribució invariant.
 - 1.6. Teorema ergòdic.
 - 1.7. Més aspectes sobre el passeig aleatori.
2. Cadenes de Markov a temps continu.
 - 2.1. Motivació: el procés de Poisson.
 - 2.2. Propietats bàsiques. Matriu generadora. Estats recurrents i transitoris.
 - 2.3. Distribució invariant.
 - 2.4. Teorema ergòdic.
 - 2.5. Més aspectes del procés de Poisson.
3. El moviment Brownià.

Metodologia

Aquesta assignatura és quadrimestral i consta de dues hores de teoria i una hora de problemes a la setmana de classe presencial. A més a més hi haurà tres sessions de seminaris de dues hores.

La introducció de coneixements teòrics a la classe de teoria és fonamental per tal que l'alumne pugui entendre i assolir els fonaments de la teoria dels processos estocàstics que s'introdueixen en aquesta assignatura. El coneixement de les nocions introduïdes a teoria, dels enunciats de les proposicions i teoremes, així com dels exemples d'aplicació, són imprescindibles per tal que l'alumne pugui, a la classe de problemes, resoldre les qüestions plantejades mitjançant una metodologia semblant. Es treballarà l'estructura definició-teorema-demostració-aplicació, ja que és la manera que l'alumne pugui entendre i seguir els raonaments de la teoria matemàtica que s'està explicant, a la vegada que pugui veure i entendre quin paper juguen els diferents elements de què es disposa en les demostracions de nous fets matemàtics, així com les hipòtesis que es necessita imposar. Naturalment, s'intenta estimular l'esperit crític davant qualsevol afirmació matemàtica, així com la intuïció de l'adequació dels diferents models matemàtics utilitzats a les situacions reals més diverses (físiques, biològiques, d'economia,...), gràcies a la realització de problemes aplicats a diferents àrees, on la modelització hi juga un paper molt important.

A les classes de problemes els estudiants sortiran a la pissarra a resoldre els problemes. Tot i que, la resolució de problemes serà en tot moment supervisada pel professor de problemes, que farà tots els comentaris que consideri adients per tal de completar una millor comprensió del problema que s'estigui treballant. També es tindrà cura de l'expressió tant oral com escrita dels alumnes. D'altra banda, en les sessions de seminaris, l'estudiant treballarà, sota la tutela del professor, algunes situacions pràctiques que estiguin relacionades amb el que s'ha estudiat en les classes de teoria. Aquestes sessions permetran també que, tant professor com alumne, puguin ser conscients de l'evolució en l'assoliment dels conceptes i mètodes que s'introdueixen en les classes de teoria.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	14	0,56	1, 2, 3, 4, 5, 6
Classes de teoria	28	1,12	1, 3, 4, 6
Tipus: Supervisades			
Seminaris	6	0,24	1, 2, 3, 4, 5
Tipus: Autònomes			
Estudi de la teoria i resolució de problemes	64	2,56	1, 2, 3, 4, 5, 6
Preparació d'exàmens	20	0,8	3, 4, 6

Avaluació

Durant el semestre es realitzaran dos exàmens parcials. El primer tindrà lloc aproximadament a la meitat del curs i el segon es realitzarà al final del curs. La nota final dels exàmens, y , s'obtindrà fent la mitjana aritmètica de les qualificacions dels dos parcials.

Durant tot el curs es proposaran problemes, tasques i kahoots que els alumnes de forma voluntària poden resoldre i se'ls retornaran corregits. Amb aquests problemes i tasques voluntaris els alumnes podran obtenir una nota x .

La nota final de l'assignatura s'obtindrà aplicant la fórmula següent:

$$N(x,y)=x+(1-0.1 \cdot x) \cdot y$$

Us remetem a l'article *Matemáticas y evaluación*, Materials Matemàtics volum 2011, de X. Bardina i E. Liz on s'explica detalladament la fórmula.

En cas necessari, es programarà un examen de recuperació el dia establert per la coordinació com a examen final.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen de recuperació	100%	4	0,16	1, 2, 3, 4, 5, 6
Primer examen parcial	$(1-0.1 \cdot x) \cdot 5\% (<50\%)$	4	0,16	1, 3, 4, 5
Problemes i lliuraments voluntaris	10·x%	6	0,24	1, 2, 3, 4, 5, 6
Segon examen parcial	$(1-0.1 \cdot x) \cdot 5\% (<50\%)$	4	0,16	1, 3, 4, 5

Bibliografia

1. Bardina, X. & Ferrante, M. An excursion into Markov chains. Springer, 2020.
2. Breiman, L. Probability and Stochastic Processes: With a View Toward Applications. Houghton Mifflin Company Boston, 1969.
3. Brémaud, P. Markov Chains: Gibbs measures, Montecarlo simulation, and queues. Texts in Applied Mathematics. Springer, 1998.
4. Feller, W. Introducción a la teoría de probabilidades y sus aplicaciones, Vol I. John Wiley & Sons, 1988.
5. Karlin, S. & Taylor, M.H. A First Course in Stochastic Processes. Academic Press, New York, 1975.
6. Karlin, S. & Taylor, M.H. A Second Course in Stochastic Processes. Academic Press, New York, 1981.
7. Lawler, G.F. Introduction to Stochastic Processes. Chapman and Hall/CRC Probability Series, 1995.
8. Hoel, P.G., Port, S.C. & Stone, C.J. Introduction to Stochastic Processes. Houghton Mifflin Company, Boston, 1972.