

Càlcul en diverses variables i optimització

Codi: 100093

Crèdits: 9

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OB	2	1

La metodologia docent i l'avaluació proposades a la guia poden experimentar alguna modificació en funció de les restriccions a la presencialitat que imposin les autoritats sanitàries.

Professor/a de contacte

Nom: Joan Verdera Melenchón

Correu electrònic: Joan.Verdera@uab.cat

Utilització d'idiomes a l'assignatura

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

Equip docent

Josep Maria Burgués Badía

Joan Josep Carmona Domènech

José González Llorente

Laura Prat Baiget

Prerequisits

Per tal que l'estudiant pugui cursar l'assignatura amb aprofitament és molt important que hagi superat l'assignatura de Càlcul Infinitesimal de primer curs. Si aquest no és el cas, és imprescindible que, com a mínim, entengui profundament les nocions de convergència de successions així com els de continuïtat, derivabilitat i integrabilitat de funcions. També és molt important que l'estudiant tingui destresa en la manipulació de límits, regles de diferenciació i integració, el teorema fonamental del càlcul, desenvolupaments de Taylor de funcions elementals, etc.

Objectius

Els objectius de l'assignatura són conèixer les tècniques bàsiques del càlcul diferencial i integral en diverses variables i els conceptes més importants de l'anàlisi vectorial.

A la primera part del curs l'estudiant ha de familiaritzar-se primer amb l'espai euclidià i la seva estructura mètrica i topològica. Seguidament, el concepte clau és el de diferencial com a aproximació lineal de l'increment i les aproximacions millors, en termes de diferencials d'ordre superior, i com el comportament d'aquestes aproximacions es tradueixen en propietats locals de la funció. De la mateixa manera que en el cas d'una variable, les tècniques del curs s'aplicaran a la resolució de diferents problemes matemàtics o de la vida real com ara problemes geomètrics, d'optimització, etc.. L'estudiant també ha de familiaritzar-se amb els conceptes geomètrics de corbes i superfícies regulars, plans tangents, etc.

La segona part del curs, més instrumental, està dedicada al càlcul d'integrals múltiples i al càlcul vectorial, amb especial èmfasi en els resultats clàssics com el canvi d'ordre d'integració, el teorema del canvi de variables i les fórmules de Green i Stokes.

Competències

- Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
- Calcular, reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat
- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
- Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
- Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes

Resultats d'aprenentatge

1. Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
2. Contrastar els coneixements teòric-pràctics adquirits.
3. Conèixer els resultats bàsics del Càlcul Diferencial en diverses variables reals.
4. Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
5. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
6. Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
7. Saber aplicar els teoremes de la Funció Inversa i de la funció implícita a problemes concrets.
8. Utilitzar les eines algebraiques en diferents àmbits

Continguts

1. Càlcul diferencial de diverses variables:

- Nocions geomètriques i topològiques bàsiques a l'espai euclidià. Límits i continuïtat. Gràfiques i conjunts de nivell.
- Diferenciabilitat. Propietats bàsiques. Derivades parcials i derivades direccionals.. Extrems relatius
- Derivades d'ordre superior. Fórmula de Taylor. Anàlisi dels punts crítics: criteris d'extrems relatius.
- Teorema de la funció inversa. Canvis de coordenades.
- Teorema de la funció implícita. Interpretació geomètrica, corbes i superfícies.

- Extrems condicionats. Multiplicadors de Lagrange

2. Integració

- Integral de Riemann de funcions contínues en rectangles.
- Teorema de Fubini.
- Integració sobre conjunts generals.
- Teorema del canvi de variable. Significat del jacobí.
- Element de longitud i area, càlcul en coordenades. Integració sobre corbes i superfícies.

3. Anàlisi vectorial

- Circulació i flux d'un camp vectorial.
- Divergència i rotacional d'un camp vectorial. Camps conservatius i solenoidals.
- Teoremes de Green, de la divergència i de Stokes.

-Fluids

Metodologia

L'assignatura disposa, al llarg del curs acadèmic de tres hores de classe de teoria, una hora de problemes i dues hores de seminari (en setmanes alternes) a la setmana. Es recomana fortament l'assistència a aquestes sessions.

S'obrirà una aplicació d'aquesta assignatura al Campus Virtual de la universitat per tal de subministrar tot el material i tota la informació relativa a aquesta assignatura que li calgui a l'estudiant.

Periòdicament, l'estudiant rebrà unes llistes de problemes que ha de pensar i sobre els quals es treballarà a les classes de problemes.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classe de problemes	13	0,52	
Classe de teoria	39	1,56	
Seminari	13	0,52	
Tipus: Autònomes			
Estudi de teoria	53	2,12	
Resolució de problemes	95	3,8	

Avaluació

Es realitzara una avaluació continuada consistent en un examen parcial (P) i dos seminaris (S1,S2) obligatoris. Al final del curs hi haurà un examen final i un examen de recuperació.

La qualificació s'obté en dues etapes. Designem per P, S, F, R , respectivament, les qualificacions de l'examen parcial, la mitjana dels seminaris S1,S2, l'examen final i el de recuperació, totes sobre 10.

Primera convocatòria. Amb P, F computem la nota d'exàmens $NE = \max(F; (0,6)F + (0,4)P)$. La qualificació a la primera convocatòria és $C1 = (0,80)NE + (0,20)S$

Segona convocatòria. Els alumnes que no han superat la primera convocatòria i hagin fet els dos seminaris, i els que volen millorar nota, es podran presentar a l'examen de recuperació. La qualificació C2 a la segona convocatòria és $C2 = (0,80)R + (0,20)S$

Per als que es presenten a millorar nota, la qualificació final és $(C1 + C2)/2$.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen final	48%	4	0,16	3, 5, 7
Examen parcial	32%	4	0,16	3, 5
Seminaris	20%	4	0,16	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Bibliografia

- Cálculo Vectorial, J.E. Marsden y A.J. Tromba, Addison Wesley Longman. Recomanable que resolgueu alguns dels molts problemes que hi ha al final de cada secció. Per tant cal tenir-lo a mà durant el curs.

El seguirem de molt a prop per la part de Càlcul Integral i Vectorial. És un llibre que us serà útil sempre.

- Functions of several variables, Martin Moskowitz and Fotios Paliogiannis, World Scientific, 2011. És un llibre que s'adapta molt al contingut del curs i que seguirem de prop.
- Analysis II, Terence Tao, Hindustan Book Agency, Texts and readings in Mathematics 38, 2006. L'autor va guanyar la medalla Fields el 2006, així que és interessant veure com presenta la matèria. Hi ha dos capítols sobre mesura de Lebesgue, bastant concisos. Un complement per als molt interessats.
- Functions of several variables, Wendell Fleming, Undergraduate texts in Math, Springer. És un clàssic d'un nivell una mica per sobre del nostre. Us pot anar bé per complementar i per veure una presentació del tema amb demostracions completes i un enfocament molt més teòric que el Marsden i Tromba.
- Second year calculus, David Bressoud, Undergraduate texts in Math, Springer, 1991. És un llibre original que desenvolupa el càlcul vectorial a partir de la física. El subtítol és : "From celestial mechanics to special relativity".
- Notes de l'assignatura de Joan Verdera. També hi ha uns apunts de J.Bruna.